

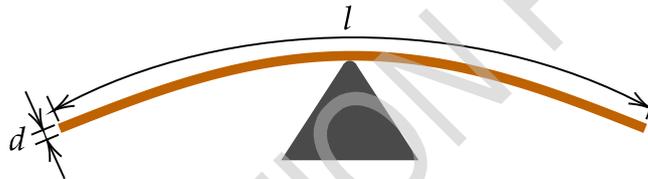
Skalierungsgesetze (8 Punkte)

Skalierungsgesetze beschreiben die funktionale Beziehung zwischen zwei physikalischen Größen, die über ein signifikantes Intervall miteinander skalieren. Diese funktionale Beziehung kann ein Potenzgesetz sein, aber es gibt auch andere Möglichkeiten. Oft sind exakte Ausdrücke unerreichbar, aber Skalierungsgesetze können dennoch abgeleitet werden.

Teil A. Spaghetto (2,0 Punkte)

- A.1** Ein Spaghetto-Strohalm mit dem Durchmesser d wird waagrecht in seiner Mitte balanciert. Für $d = 1$ mm bricht der Strohhalm unter seinem eigenen Gewicht, sobald seine Länge $l = 50$ cm erreicht. 2.0pt

Wie lang darf ein Strohhalm mit der Länge l' und dem Durchmesser $d' = 1$ cm maximal sein, bevor er unter seinem eigenen Gewicht bricht?



Teil B. Sandburg (2,0 Punkte)

- B.1** Das durchschnittliche Volumen eines Sandkornes von grobkörnigem Sand ist 10-mal so groß wie das von feinkörnigem Sand. Der nasse feinkörnige Sand und der nasse grobkörnige Sand mögen beide einen optimalen Wassergehalt haben (d.h. die maximale Festigkeit der daraus hergestellten Konstruktionen wird angenommen). Aus den beiden Sandarten werden zwei Zylinder mit genau derselben Form und Größe gebaut. Die Festigkeit jedes Zylinders wird geprüft, indem er zwischen zwei parallelen Platten gepresst wird. Der Zylinder aus grobkörnigem Sand wird zerstört, sobald die zum Pressen der Platten aufgebrauchte Kraft $F_c = 10$ N erreicht. 2.0pt

Wie groß ist die Kraft F_f , die erforderlich ist, um den Zylinder aus feinkörnigem Sand zu zerstören?

Du kannst die Auswirkungen der Schwerkraft vernachlässigen.

Teil C. Interstellares Reisen (2,0 Punkte)

- C.1** Das Raumschiff einer interstellaren Expedition reist mit einer konstanten Beschleunigung von $g = 10 \text{ m/s}^2$, d.h. dies ist die Beschleunigung des Raumschiffs in jenem inertialen Bezugssystem, in dem es sich im jeweiligen Augenblick in Ruhe befindet. Die Passagiere müssen innerhalb ihrer verbleibenden Lebenserwartung von 50 Jahren zur Erde zurückkehren können. Die maximale Entfernung des Raumschiffs von der Erde beträgt d . Wenn die Beschleunigung auf $g' = 15 \text{ m/s}^2$ erhöht wird, kann das Raumschiff eine weitere Entfernung d' erreichen. 2.0pt

Wie groß ist das Verhältnis d'/d ?

Hinweis 1: Man kann die relativistische Formel für die Geschwindigkeitsaddition verwenden; es gibt aber auch andere Ansätze.

Hinweis 2: Es kann sein, dass du mit hyperbolischen Funktionen umgehen musst, die wie folgt definiert sind:

$$\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), \quad \sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}), \quad \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

Hinweis 3: Je nach Ansatz benötigst du eines oder mehrere dieser Integrale:

$$\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{atanh} x + C, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{asinh} x + C, \quad \int \sinh x dx = \cosh x + C,$$

wobei $\operatorname{asinh} x$ und $\operatorname{atanh} x$ die Umkehrfunktionen der jeweiligen hyperbolischen Funktionen sind.

Teil D. Gefühl des Versinkens (2,0 Punkte)

- D.1** Eine massive Holzkugel mit dem Radius r_0 schwimmt im Wasser. Ohne Berücksichtigung von Reibungseffekten wäre die Frequenz kleiner Schwingungen ω_0 , aber wegen der viskosen Reibung ist die Frequenz der gedämpften Schwingungen nach einer vertikalen Auslenkung tatsächlich $0.99 \omega_0$. 2.0pt

Wie groß ist der minimale Radius r_{\min} einer im Wasser schwimmenden Holzkugel, die bei Auslenkung kleine Schwingungen erfährt?

Hinweis: Die viskose Reibungskraft, die auf einen Körper wirkt, ist unter anderem proportional zu seiner Geschwindigkeit relativ zur Flüssigkeit und zur Viskosität η der Flüssigkeit, in der er sich bewegt. Die Einheit der Viskosität ist $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$.