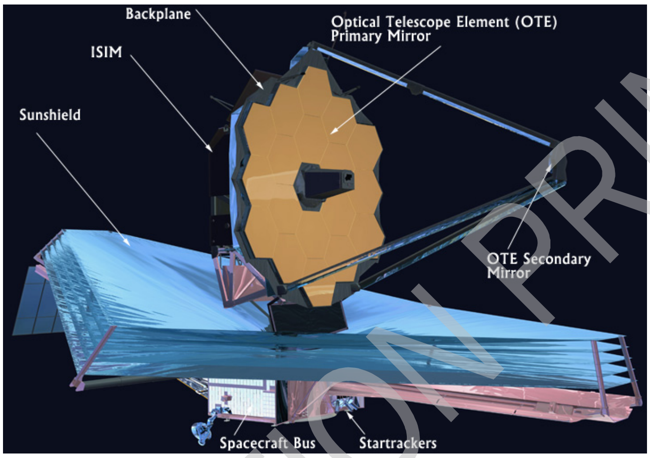
James Webb Space Teleskop (12 Punkte)

Dies ist eine Aufgabenstellung zur Physik des James Webb Weltraumteleskops. Das Licht von einem Stern trifft zuerst auf den Primärspiegel mit einer Fläche von $A_{\text{mirror}} = 25\,\text{m}^2$ und wird danach von einem Sekundärspiegel reflektiert. Die Brennweite des Systems beträgt $f = 130\,\text{m}$. Das Licht wird in das ISIM (Integrated Science Instrument Module) fokussiert, das die CCD-Kameras (charged-coupled device Kameras) enthält.



Bildnachweis: NASA

Teil A. Abbildung eines Sterns (1,8 Punkte)

Der nächstgelegene Rote Riese ist 89 Lichtjahre entfernt, hat eine Temperatur von $T_{\text{star}} = 3600\,\text{K}$, sowie einen Durchmesser von $d_o = 1.7 \times 10^{11}\,\text{m}$.

A.1	Berechne den Durchmesser eines fokussierten Bildes des Sterns auf der Bildoberfläche der CCD-Kamera.	0.4pt

A.2	Führe eine Abschätzung für den Durchmesser eines zentralen Beugungsmaximums auf der CCD-Kamera durch. Gehe dafür von einer Wellenlänge von $\lambda = 800\,\text{nm}$ aus; jene Wellenlänge eines Roten Riesen mit der stärksten Intensität.	0.4pt

A.3	Wenn die CCD nicht gekühlt wird und Wärme nur durch Abstrahlung von ihrer Bildoberfläche abgeben kann, wie hoch wäre dann die Gleichgewichtstemperatur der CCD an der Stelle des Bildes des Roten Riesen? Du kannst dabei annehmen, dass sich die Oberfläche wie ein schwarzer Körper verhält. Gib eine Formel sowie eine numerische Schätzung an.	1.0pt

Teil B. Zählen von Photonen (1,8 Punkte)

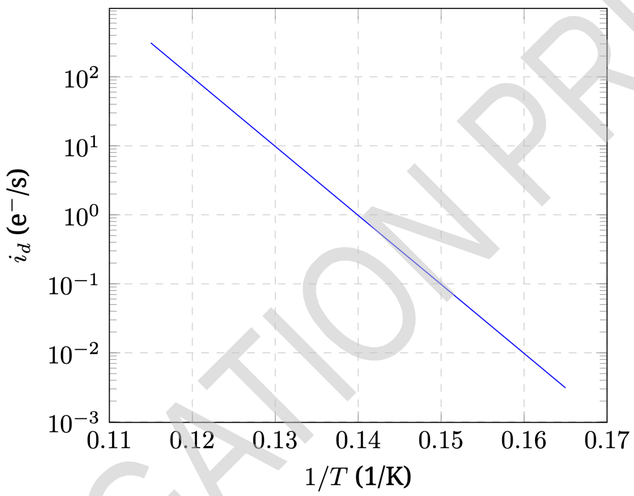
Die Absorption eines Photons durch die CCD-Kamera führt zur Emission eines Elektrons innerhalb des Apparates. Dies kann nur passieren, wenn die Energie des Photons ausreicht um ein Elektron über die Energiedifferenz von ΔE_g anzuregen.

Nimm an, dass jedes Photon mit ausreichender Energie dies schafft.

Aufgrund der Temperatur der CCD-Kamera kommt es zusätzlich zu einer Bildung freier Ladungsträger, was als Dunkelstrom $i_d$bezeichnet wird und in *Anzahl Elektronen pro Sekunde* gemessen wird. Der Dunkelstrom ist eine Funktion der Temperatur gemäß der Gleichung

$$i_d = i_0 e^{-|\Delta E_g|/6k_B T} \,, \tag{1}$$

wobei es sich bei i_0 um eine Konstante handelt.



Der Graph stellt die Abhängigkeit des Dunkelstroms von der Temperatur dar. Die Einheit des Dunkelstroms e^-/s soll als Anzahl von Elektronen pro Sekunde gesehen werden.

B.1	Führe auf Basis dieses Dunkelstrom-Graphen eine Abschätzung der Größenordnung durch, wie hoch die Temperatur einer weit entfernten Quelle für thermische Photonen sein muss um die Energiedifferenz gerade zu überwinden und somit die Elektronen auf dem Pixel anzuregen.	0.4pt

Die Elektronen werden in einem Kondensator gesammelt, und nach einer Belichtungszeit τ werden die Elektronen gezählt. Bei diesem Prozess gibt es drei Hauptunsicherheitsquellen: eine konstante Unsicherheit im Zählprozess beim Auslesen, ein Poisson-Fehler in Verbindung mit dem Dunkelstrom und ein Poisson-Fehler in Verbindung mit den detektierten einfallenden Photonen.

Poisson-Fehler sind gleich der Quadratwurzel aus der Anzahl der mit einem Prozess verbundenen Zählungen.

Die gemessene Photonenzahl ist gleich der Anzahl der Elektronen im Kondensator, abzüglich der Anzahl der mit dem Dunkelstrom verbundenen Elektronen.

B.2	Gib einen Ausdruck für die Unsicherheit der gesamten Zählung σ_t an, wobei das Ausleserauschen σ_r, der Dunkelstrom i_d, die Eingangs-Photonenrate p sowie die Belichtungszeit τ zu berücksichtigen sind.	0.4pt

Für die weiteren Aufgaben in diesem Teil beträgt die Belichtungszeit $\tau = 10^4$ s und das Ausleserauschen wird mit $\sigma_r = 14$ festgelegt.

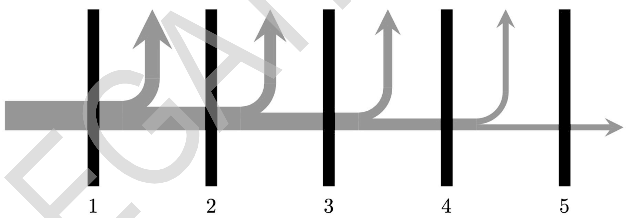
B.3	Gehe von einer Betriebstemperatur von $T_\text{p} = 7.5$ K aus. Berechne die minimale Photonenrate p, sodass die Zahl der Photonen das Zehnfache der Zählunsicherheit $\sigma_t$beträgt.	0.5pt

B.4	Angenommen, alle Photonen sind gerade in der Lage, ein Elektron über die Bandlücke anzuregen, wie hoch ist die Intensität der in B.3 gefundenen Photonenquelle auf dem Primärspiegel? Gib die Antwort in W/m^2 an.	0.5pt

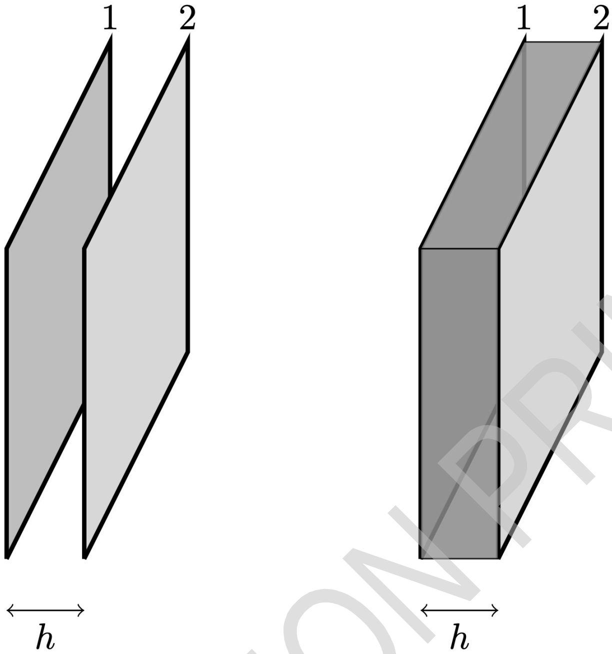
Teil C. Passive Kühlung (4,4 Punkte)

Eine Infrarot-CCD-Kamera muss auf einer niedrigen Temperatur gehalten werden. Das erste Hilfsmittel ist ein Schutzschild zum Schutz vor der Sonneneinstrahlung.

Der Sonnenschutzschild besteht aus fünf voneinander getrennten reflektierenden Schichten in dünnen Blättern (in der Skizze schwarz); die Strahlungsenergie (in der Slizze grau) der Sonne trifft auf das erste Blatt links, und zwischen jedem Blattpaar entweicht etwas Energie.



Schematische Darstellung des Energieflusses: die vertikalen Linien (schwarz) sind die Blätter, der Energiefluss (grau) verläuft von links nach rechts, zwischen den Blättern fließt jedoch etwas Energie nach oben und in den Weltraum hinaus.



Links ist ein einfaches Modell von 2 nebeneinander liegenden Blättern dargestellt, 1 und 2 haben den Abstand h . Die Blätter sind nicht miteinander verbunden, der Rand ist zum Weltraum hin offen. Nimm an, dass die Blätter parallel zueinander sind. Thermische Strahlung kann zwischen den Blättern ausgetauscht werden und thermische Strahlung kann durch den offenen Bereich am Rand entweichen. Dieser Randbereich ist in der rechten Skizze schraffiert dargestellt.

Gehe von folgenden Vereinfachungen aus:

- Die Blätter sind quadratisch mit jeweils einer Fläche von $A_{\text{sheet}} = 200\,\text{m}^2$.
- Die Blätter sind parallel und haben einen Abstand von $h = 25$ cm entlang des Randes.
- Die Blätter haben einen konstanten Emissionsgrad $\epsilon \ll 1$. Nimm an, dass alle Reflexionen, die an der Oberfläche des Blattes stattfinden, diffus sind.
- Die Blätter sind dünn und die Temperatur auf der Vorder- und Rückseite ist gleich groß sowie gleichmäßig.
- Der Anteil des von einem Blatt abgestrahlten Strahlungsflusses, der von dem benachbarten Blatt absorbiert wird, ist $\alpha \leq 1$. Das bedeutet, dass, wenn Blatt 1 die Wärmemenge Q_1 in Richtung von Blatt 2 emittiert, Blatt 2 eine Wärmemenge αQ_1 von Blatt 1 absorbiert.
- Die Menge des Strahlungsflusses, der aus dem Spalt zwischen zwei Blättern ausgestoßen wird, kann durch βQ_{12} angenähert werden, wobei αQ_{12} der Netto-Wärmefluss zwischen den beiden Blättern darstellt ($\beta < 1$). Anders gesagt: Der Wärmeverlust in den Weltraum zwischen 2 Blättern ist proportional zu dem Netto-Wärmeaustausch zwischen den Blättern. Dabei handelt es sich um eine grobe Näherung des Problems.
- Die Hintergrundtemperatur des Weltraums ist vernachlässigbar.

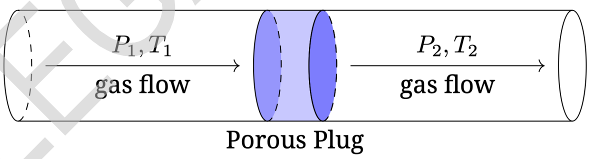
C.1	Leite Ausdrücke für die Gleichgewichtstemperaturen des ersten und des fünften Blattes in Abhängigkeit von der Intensität der einfallenden Sonnenstrahlung I_0, den Konstanten α und β und möglichen weiteren erforderlichen physikalischen Konstanten ab. Zur Vereinfachung des Ausdrucks kannst du zusätzliche Konstanten in der Art von α und β usw. definieren.	2.4pt

C.2	Leite numerische Abschätzungen für α und β aus der Information zur Geometrie der Blätter ab. Nimm dafür einen Emissionsgrad von $\epsilon = 0.05$ an. An dieser Stelle bietet es sich an, dass oben beschriebene rechteckige Box-Modell anzuwenden, wobei der Randbereich einen idealen Absorber der Strahlungsenergie darstellt.	1.6pt

C.3	Bestimme numerisch die Temperaturen der Bätter 1 und 5. Die Sonnenintensität beträgt $I_0 = 1360\,\mathrm{W/m^2}$.	0.4pt

Teil D. Kryo-Kühler (4 Punkte)

Als letzte Stufe des Kühlsystems für die CCD-Kamera wird die Kamera direkt in einem Kühlsystem mit geschlossenem Kreislauf gekühlt. Das Kühlsystem verfügt über eine Versorgungsleitung, die Heliumgas mit konstantem Druck P_1 durch einen schwammartigen porösen Stopfen in eine Leitung mit konstantem Druck P_2 zuführt. Die Leitung transportiert das Gas zur CCD-Kamera. Das Heliumgas durchläuft dann eine Pumpe, bevor es in die Versorgungsleitung zurückkehrt.



Heliumgas, das auf der linken Seite mit einem genau definierten Druck P_1 und einer Temperatur T_1 zugeführt wird, wird durch den Stopfen auf einen genau definierten Druck P_2 und eine Temperatur T_2 gepresst, wo es auf der rechten Seite abgeführt wird.

Während sich das Gas durch den porösen Stopfen bewegt, wird die viskose Reibung mit den schmalen Wänden der Kanäle im Schwamm zu einem wichtigen Effekt; während des Prozesses wird jedoch keine Wärme auf das Gas übertragen oder von ihm abgegeben. Die Strömungsgeschwindigkeit des Gases in Region 2 ist nur geringfügig größer als die Strömungsgeschwindigkeit in Region 1.

Helium ist kein ideales Gas, aber bleibt gasförmig während des gesamten Prozesses.

D.1	Betrachte ein Gasmolekül, das von links nach rechts durch den Stopfen strömt. Vervollständige die Tabelle in deinem Antwortbogen, indem du '>' oder '<' schreibst, um die Menge zu kennzeichnen, die größer sein muss, '=', um Mengen zu kennzeichnen, die gleich sein müssen, oder '?', wenn es nicht möglich ist, ohne weitere Informationen zu wissen, welche größer oder gleich sind.	1.0pt

D.2	Bestimme eine Erhaltungsgröße, die sich aus U (innere Energie), P (Druck) und V (Volumen) zusammensetzt, wenn sich ein Mol Gas durch den Stopfen bewegt. Zeige, wie du diese Erhaltungsgröße hergeleitet hast.	0.6pt

Deine Antwortblätter enthalten Diagramme der inneren Energie pro Masse als Funktion des Volumens pro Masse für Helium mit Isothermen und Linien konstanter Entropie.

D.3	Nimm an, dass $V_2 = 0.100\,\mathrm{m^3/kg}$ und $T_2 = 7.5\,\mathrm{K}$. Verwende den Graphen, um einen numerischen Wert für die Erhaltungsgröße zu finden, welche du in Teil D.2 definiert hast. Zeige die Konstruktion im Diagramm!	1.4pt

D.4	Bestimme die maximal mögliche Temperatur für T_1. Zeige die Konstruktion im Diagramm!	0.8pt

D.5	Gehe von deinem Wert für die maximale T_1 aus, die du in D.4 bestimmt hast und finde einen numerischen Wert für P_1.	0.2pt