

## Permanentmagnete (10 Punkte)

Starke Permanentmagnete werden aus NdFeB Legierungen, welche über eine besonders breite Hysteresekurve verfügen, hergestellt, damit ihre Magnetisierung  $J$  in einer Vielfalt von Anwendungen als etwa konstant angenommen werden kann. Im Folgenden nehmen wir  $J \equiv 1.5 \text{ T}/\mu_0$ , wobei  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ , an. Die Magnetisierung aller Permanentmagnete ist homogen.

*Die Magnetisierung eines Materials ist die Volumendichte von magnetischen Dipolen (Dipolmoment) in diesem Material.*

*Hinweis 1:* Die folgende Identität kann in dieser Aufgabe hilfreich sein:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

*Hinweis 2:* Das von einem kugelförmigen Magneten erzeugte Magnetfeld ist identisch mit dem eines punktförmigen Dipols. Die Magnetfelder, die von Magneten anderer Form erzeugt werden, entsprechen nur in Entfernungen, die viel größer als ihr Durchmesser sind, dem Feld eines punktförmigen Dipols.

*Hinweis 3:* Die elektrischen und magnetischen Felder von elektrischen und magnetischen punktförmigen Dipolen als Funktionen der Koordinaten und des entsprechenden Dipolmoments sind ähnlich, d.h. das eine kann durch Multiplikation mit einem konstanten Faktor aus dem anderen gewonnen werden.

*Hinweis 4:* Das durch eine Randbedingung induzierte Feld kann immer durch eine Konfiguration von Feldquellen außerhalb der gegebenen Grenzen ersetzt werden.

### Teil A. Wechselwirkungen von Magneten (4.5 Punkte)

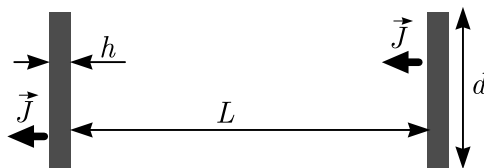
Wenn die Entfernung zu einem Magneten viel größer als seine Ausdehnung ist, kann sein Magnetfeld durch das seines Dipolmoments  $\vec{m}$  genähert werden.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} (2\vec{m}_{\parallel} - \vec{m}_{\perp}).$$

Wobei  $r = |\vec{r}|$  ist und das Dipolmoment in Komponenten parallel und senkrecht zu dem Vektor des Radius  $\vec{r}$ , welcher vom Dipol zu dem Punkt an dem das Magnetfeld gemessen wird, zerlegt wurde:

$$\vec{m} = \vec{m}_{\perp} + \vec{m}_{\parallel}.$$

- A.1** Bestimme die Kraft, die zwischen zwei coaxial nebeneinander platzierten zylindrischen Magneten mit Durchmesser  $d = 20 \text{ mm}$ , Dicke  $h = 2 \text{ mm}$  und Magnetisierung parallel zu ihrer Achse wirkt, wenn der Abstand der Mittelpunkte der Magneten  $L = 20 \text{ cm}$  beträgt. Nimm  $L \gg d, h$  an. 0.6pt

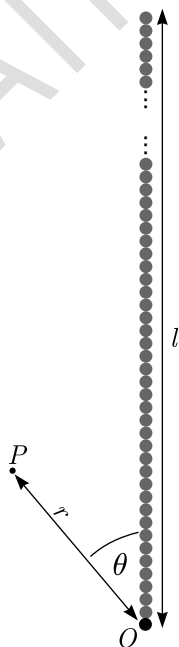


**A.2** Bei Entfernungen, die viel größer als  $\frac{h}{2}$  sind, ist das von dem Magneten aus Aufgabe A.1 erzeugte Magnetfeld identisch mit dem eines Kreisstroms  $I$ . Bestimme  $I$ . 0.4pt

**A.3** Bestimme die Kraft, die in der in A.1 beschriebenen Situation wirkt, wenn  $L = 5 \text{ mm}$ . Nimm  $d \gg L \gg h$  an. 1.0pt

**A.4** Betrachte eine Kette aus identischen kugelförmigen Magneten mit Durchmesser  $\delta = 5 \text{ mm}$ , welche durch magnetische Anziehung zusammengehalten wird. Was ist die maximale Länge  $l$ , die eine solche Kette haben darf, um nicht aufgrund ihres Gewichtes zu reißen, wenn sie am letzten Magneten der Kette aufgehängt vertikal hinabhängt? Die Dichte der NdFeB Magneten beträgt  $\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$ . 1.0pt

**A.5** Betrachte die Kette aus A.4. Bestimme einen Ausdruck für die Größenordnung des Magnetfelds  $B$  an einem Punkt  $P$ , welcher sich in einer Entfernung  $r$  von dem Ende  $O$  der Kette befindet. Der Winkel zwischen der Kette und der Strecke  $OP$  sei  $\theta$  (siehe Skizze). Nimm  $l \gg r$  und  $r \sin \theta \gg \delta$  an. 1.5pt



### Teil B. Wechselwirkung mit Ferromagneten (3.5 Punkte)

Nun nehmen wir an, dass wir zusätzlich zu den Permanentmagneten auch Platten aus einem ferromagnetischen Material haben, ähnlich dem, das in Transformator-kernen verwendet wird. In den Situationen, mit denen wir uns beschäftigen, kann man davon ausgehen, dass sie eine konstante, aber sehr große, relative Permeabilität  $\mu_r \sim 10^5$  haben.

*Hinweis 5.* Eine große Permeabilität bedeutet, dass die magnetischen Feldlinien in der Nähe der Außenfläche eines Objekts aus diesem Material nahezu senkrecht zur Oberfläche verlaufen. Dies ist vergleichbar mit dem Verhalten der elektrischen Feldlinien in der Nähe der Außenfläche eines Leiters.

**B.1** Einer der kugelförmigen Magnete aus A.4 befindet sich in einem Abstand  $s = \delta$  von einer dicken unendlich ausgedehnten ferromagnetischen Platte (siehe Antwortblatt). Die Magnetisierung dieses Magneten ist senkrecht zur Platte ausgerichtet. Zeichne die Feldlinien in dem auf dem Antwortbogen skizzierten Querschnitt ein. Auf dem Antwortbogen sind drei Punkte 1, 2 und 3 markiert. Zeichne die Feldlinien durch diese drei Punkte vollständig, d.h. so lang wie auf dem Antwortbogen möglich. 1.0pt

**B.2** Der kugelförmige Magnet wird nun in direkten Kontakt mit der Platte gebracht. In welche Richtung zeigt der Magnetisierungsvektor des Magneten in einem stabilen Gleichgewicht und wie groß ist die senkrechte Kraft zwischen Platte und Magnet? 1.0pt  
 Kreuze die korrekte(n) Richtung(en) auf dem Antwortbogen an. Falsche Antworten werden deine Punktzahl reduzieren.

**B.3** Ein Magnet aus A.1 wird zwischen zwei dicke kreisförmige ferromagnetische Platten mit Durchmesser  $D = 2d$  platziert, sodass er mit seinen flachen Oberflächen (Stirnflächen) gegen die Platten gepresst wird und alle drei Schreiben koaxial sind. 1.5pt  
 Bestimme die magnetische Kraft  $F$ , welche auf die einzelnen Platten wirkt.  
*Hinweis:* Vernachlässige sowohl das magnetische Feld außerhalb der ferromagnetischen Platten als auch jenes in deren Zwischenraum.

### Teil C. (Anti)ferromagnetische Ordnung (2 Punkte)

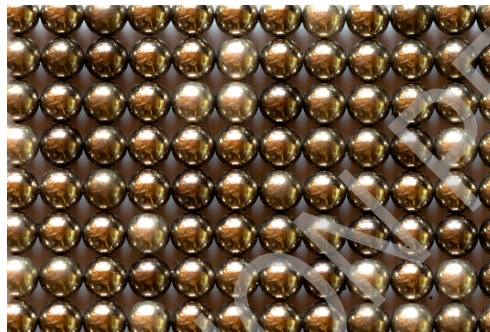
Die magnetischen Eigenschaften eines Materials lassen sich zurückführen auf magnetische Dipolmomente von Elektronen und Atomkernen. Wenn diese Dipolmomente sich parallel zu einander anordnen, wird das erzeugte Feld verstärkt, und es liegt ein Ferromagnet vor. Falls die Dipole sich antiparallel einstellen, liegt ein Antiferromagnet vor, und die Magnetfelder löschen sich gegenseitig aus.

Im Folgenden betrachten wir eine große Ansammlung von Magneten aus Teil A.4, angeordnet in einem zweidimensionalen Gitter (siehe unten abgebildet reale Aufnahmen von stabilen Gleichgewichtskonfigurationen).

Nimm an, dass alle Magnetisierungsvektoren in der Abbildungsebene liegen.

Betrachte in deinen Berechnungen ausschließlich Wechselwirkungen zwischen nächsten Nachbarn (in der Abbildung zu C.1 hat jeder Magnet vier nächste Nachbarn, in jener zu C.2 sind es sechs).

- C.1** Skizziere die Magnetisierungsrichtungen in den unten abgebildeten Aufnahmen am Antwortbogen. Du sollst **nicht** beweisen, dass die von dir vorgeschlagene Anordnung die einzig mögliche ist. Jedoch sollst du begründen, dass deine Anordnung stabil ist. Bestimme die Energie, die notwendig ist, um einen einzelnen Magneten aus der Mitte des Gitters zu entfernen; unter der Annahme, dass alle anderen Magnete dabei in Ruhe bleiben. Stellt diese Anordnung ein ferromagnetisches oder antiferromagnetisches Material dar? 0.8pt



- C.2** Beantworte diese Frage wie in C.1 für die unten abgebildete Konfiguration. 1.2pt

