

Messung von Massen (10 Punkte)

In diesem Experiment geht es darum, Massen zu bestimmen.

Dabei benutzen wir auch die Resonanzcharakteristik eines angeregten harmonischen Oszillators.

Experimenteller Aufbau

Hier ist eine Materialliste des Experiments (Abb. 1). Falls es mehr als ein Teil gleicher Art gibt, ist deren Anzahl in eckigen Klammern angegeben.

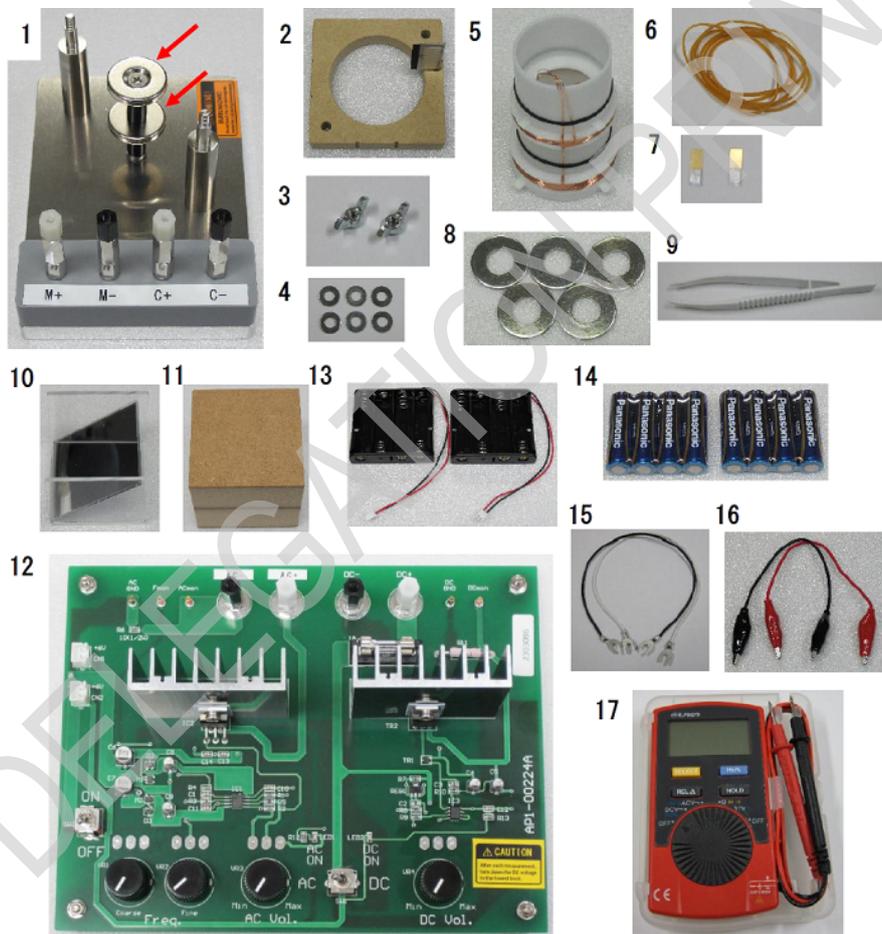


Abbildung 1: Zu verwendende Einzelteile des experimentellen Aufbaus.

1. Befestigungssockel:

Hinweis: Die Magneteinheit auf dem Sockel erzeugt höhen-unabhängige, gleichmäßige und radiale Magnetfelder mittig zwischen den beiden Magneten (bis zu einer Höhe von ± 3 mm von der Mitte aus gemessen).

2. (Oszillator) Halterung

3. Flügelschrauben [2]:

Hinweis: Entferne 2 und 3 von 1 aus der Verpackung, wie du sie erhalten hast.

4. kleine Beilagscheiben [6]
5. Zylindrischer Oszillator
6. Gummibänder [6]
7. Marker [2]
8. Scheibengewichte [5]
9. Pinzette
10. Spiegel
11. Holzblock
12. Steuerungsmodul:

Man kann zwischen dem DC- und AC-Modus wechseln.

Im DC-Modus arbeitet das Modul als Konstantstromquelle. Drehe den mit "DC Vol" beschrifteten Regler, um die Stromstärke einzustellen. Unter Verwendung des Umrechnungsfaktors 1.00 A/V lässt sich die Stromstärke aus der Spannung zwischen "DCmon" und "DC GND" berechnen.

Im AC-Modus fungiert das Modul als Spannungsquelle mit festgelegter Amplitude. Drehe den mit "AC Vol" beschrifteten Regler, um die Spannung einzustellen. Unter Verwendung des Umrechnungsfaktors 0.106 A/V lässt sich die Stromstärke aus der Wechselfrequenz zwischen "ACmon" und "AC GND" berechnen. Die Frequenz (Freq.) ist mit den beiden Reglern "Coarse" und "Fine" einstellbar.

13. Batteriehalterungen [2]
14. Batterien [8]
15. Kabel mit U-förmigen Enden [2]
16. Kabel mit Krokodilklemmen [2]
17. Digitales Multimeter (DMM):

Du kannst zwischen den folgenden Messeinstellungen "DCV", "ACV" und "Hz" auswählen. Beachte, dass der angezeigte Wert der Wechselfrequenz den Effektivwert (root mean square value) angibt.

Modellierung des Systems

Abbildung 2 zeigt ein vereinfachtes Modell des Versuchsaufbaus. Es handelt sich im Wesentlichen um einen angeregten Masse-Feder-Oszillator.

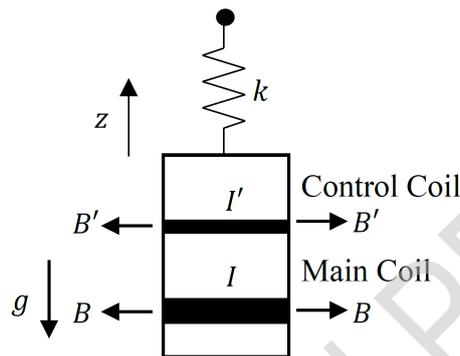


Abbildung 2: Modell des harmonischen Oszillators.

Die relevanten Parameter sind:

- M : Masse des (zylindrischen) Oszillators
- m : Masse eines Scheibengewichts
- N : die Anzahl der Gewichte
- g : Beschleunigung durch die Schwerkraft
- k : effektive Federkonstante, die sich auf die vertikale Bewegung bezieht
- z : Höhe des Oszillators (oder Auslenkung)
- z_e : Höhe des Oszillators, bei der sich ein Kräftegleichgewicht ohne gravitative und elektromagnetische Kräfte einstellt (Ruheposition).
- $B(B')$: Magnetfeld an der Hauptspule (Steuerspule)
- $L(L')$: Länge des Leitungsdrahtes der Hauptspule (Steuerspule)
- $I(I')$: Strom durch die Hauptspule (Steuerspule)
- α : positiver Reibungskoeffizient

Die Bewegungsgleichung ist gegeben durch

$$(M + Nm) \frac{d^2 z}{dt^2} = -(M + Nm)g - k(z - z_e) + BLI + B'L'I' - \alpha \frac{dz}{dt}. \quad (1)$$

Aufbau des Oszillators

1. Entferne die Oszillatorhalterung vom Befestigungssockel. Wickle die vier Gummibänder gitterförmig um die Oszillatorhalterung (siehe Abb. 3(a)).
2. Führe den zylindrischen Oszillator von der Seite des Maßstabes her in die quadratische Öffnung in der Mitte der gekreuzten Gummibänder ein. Achte darauf, dass die Drähte auf der anderen Seite des Maßstabes sind (Abb. 3(b)).

- Der Oszillator ist so konstruiert, dass er mit vier Gummibändern und acht kleinen Haken (rot eingekreist in Abb. 3(c)) in der Halterung hängt. Das Gummiband formt in der Seitenansicht ein Sechseck (Rhombenstumpf).

Anmerkung: In diesem Experiment können wir davon ausgehen, dass die effektive Kraft durch die Gummibänder dem Hookeschen Gesetz folgt.

- Befestige die Halterung mit zwei Flügelschrauben wieder an den vorgesehenen Metallstäben. Der Maßstab sollte dabei senkrecht nach oben zeigen und auf der Seite gegenüber der Polklemmen zu liegen kommen (Abb. 3(d)).
- Achte darauf, dass der Oszillator möglichst senkrecht zur Halterung steht. Seine Achse sollte mit der Achse der Magneteinheit übereinstimmen.
- Die Hauptspule sollte in der Ruhelage mittig zwischen den beiden Magneten sitzen. In dieser Position beträgt der Abstand zwischen der Oberseite des unteren Magneten und der Unterseite des Oszillators 3 bis 5 mm (Abb. 3(e) roter Pfeil). Wenn der Abstand zu klein ist, kannst du Beilagscheiben zwischen die Metallstäbe und die Halterung (Abb. 3(f) rote Pfeile) legen. Wenn der Abstand zu groß ist, schraube den Stab mit der Magneteinheit ab und lege Beilagscheiben darunter (Abb. 3(f) gelber Pfeil).
- Entferne die Schutzfolie des doppelseitigen Klebebands auf einem der Marker (Abb. 4(a)). Klebe den Marker auf den kleinen Vorsprung oben auf dem Oszillator, um damit die Höhe zu messen (Abb. 4(b)).
- Stelle den Spiegel auf den Holzblock (Abb. 4(c)). Du solltest den Marker gut von oben durch den Spiegel (Abb. 4(d) roter Kreis) sehen können.

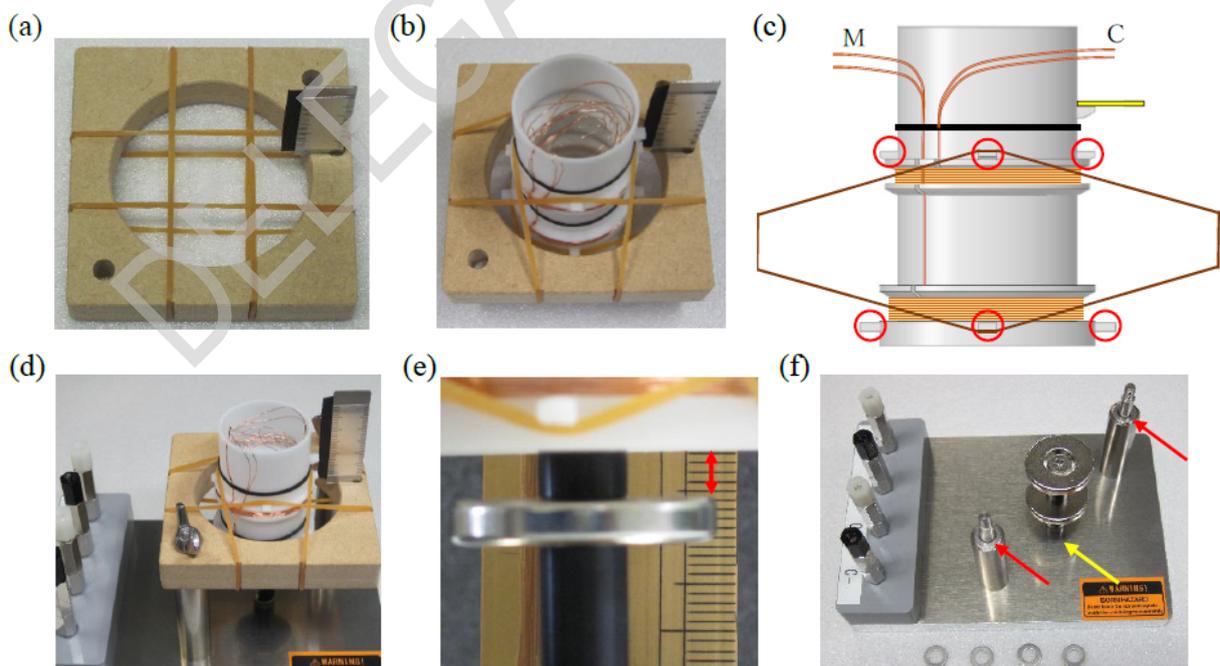


Abbildung 3: Aufbau des Oszillators.

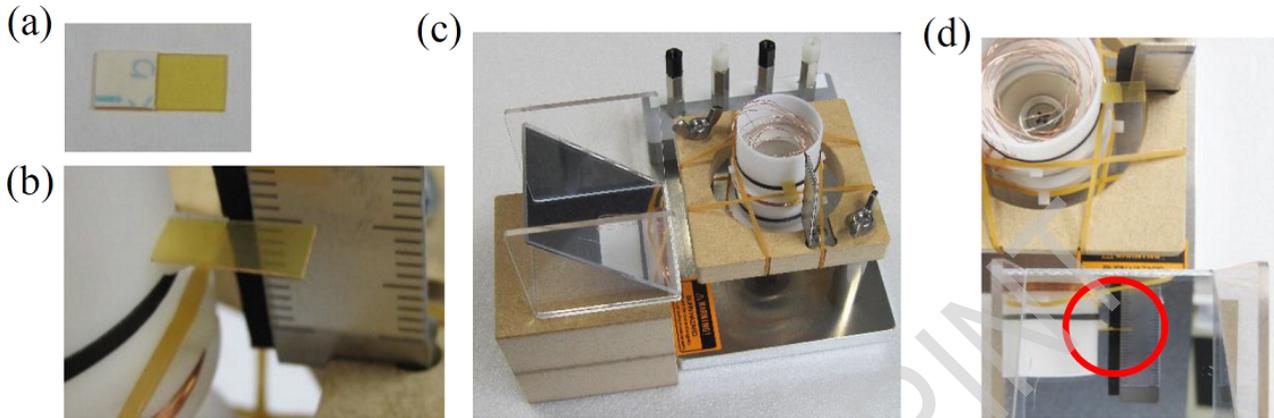


Abbildung 4: Anbringung vom Marker und vom Spiegel.

Verkabelung

1. Suche das richtige Paar Drähte, die zur Hauptspule (M) und zur Steuerspule (C) (Abb.3(c)) führen, und ziehe sie aus dem Inneren des Oszillators vorsichtig heraus (Abb.3(b)). Prüfe, ob die losen Drahtenden frei von Isolierlack sind.
2. Löse die Schrauben an den Polklemmen M+ und M-, um Lücken zu schaffen. Verwende die unteren Lücken für die Verkabelung (Abb. 5(a), (b)). Die Überprüfung der Polarität wird weiter unten beschrieben.
3. Verdrahte die mit C+ und C- gekennzeichneten Polklemmen ebenfalls. (die Polarität ist egal.)
4. Lege die Batterien in die Batteriehalterungen und verbinde sie mit dem Steuerungsmodul (CN1, CN2) (Abb. 5(c)).
5. Verbinde die Polklemmen M+ und M- mit den Gleichstromausgängen (DC+ und DC-) des Steuerungsmoduls. Verwende dazu die Kabel mit den U-förmigen Enden.
6. Stelle den Schalter auf DC und schalte das Steuerungsmodul ein.
7. Drehe den Regler "DC Vol.", um die Stromstärke einzustellen. Prüfe, ob sich der Oszillator um 2 mm oder mehr nach oben bewegt. Wenn er sich nach unten bewegt, vertausche die Drähte, um die Polarität umzukehren, und versuche es erneut.

Vorsicht heiße Teile! Gib acht bei den Spulen und den Magneten. Stelle den Gleichstromausgang "DC Vol" am Ende jedes Schrittes auf das Minimum zurück.

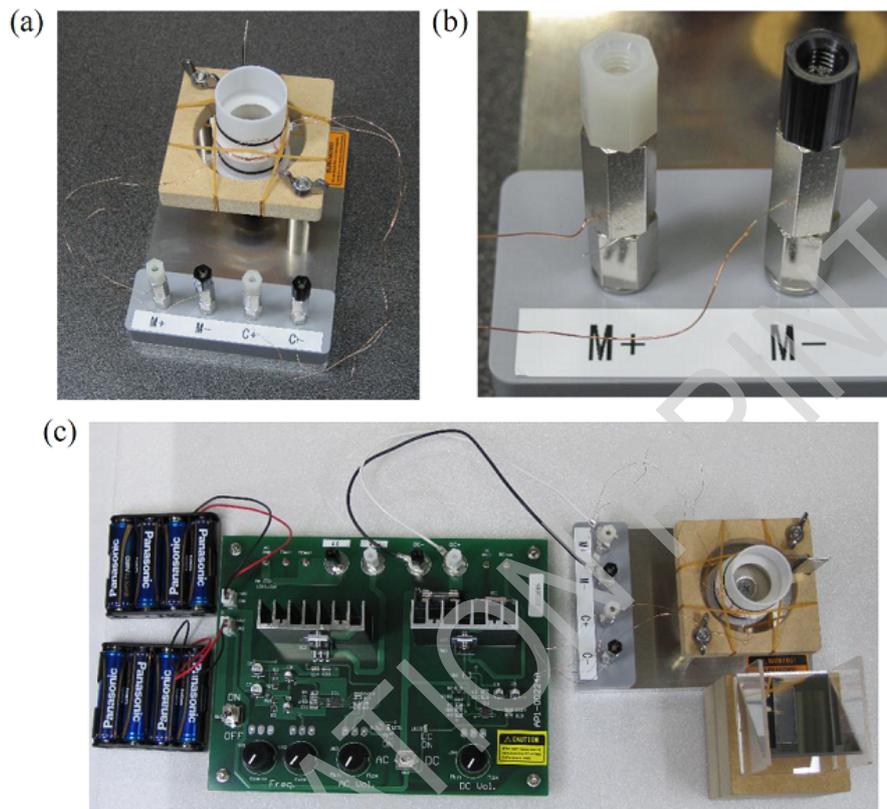


Abbildung 5: (a), (b) Verkabelung der Polklemmen (c) Verkabelungen des gesamten Aufbaus (einschließlich des Steuermoduls und der Batterien).

Testen des Oszillators

1. Verbinde die M+ und M- Sockel mit der Wechselspannungsquelle, also mit AC+ und AC-, mit Hilfe der Kabel mit U-förmigen Enden.
2. Stelle den Schalter auf AC und schalte das Steuermodul ein.
3. Drehe den mit "AC Vol." beschrifteten Regler im Uhrzeigersinn vom Minimum um eine Vierteldrehung auf. Stelle die Frequenz mit dem Regler "Coarse" ein, um die Oszillation zu starten.
4. Stelle die AC-Ausgangsspannung und die Frequenz so ein, dass die Amplitude der Schwingung etwa $A = 3 \text{ mm}$ beträgt (Abb. 6). Wenn die Schwingung instabil ist, passe die Oszillatoreinstellungen entsprechend an.
5. Trenne nun M+ und M- ab und verbinde die Polklemmen C+ und C- mit dem AC-Ausgang.
6. Schalte das Steuermodul ein, um die Schwingung zu starten.



Abbildung 6: Schwingungsverhalten durch den Spiegel beobachtet.

Teil A. Das Hookesche Gesetz und elektromagnetische Kräfte (2,4 Punkte)

- | | | |
|------------|--|-------|
| A.1 | Zeichne in den Antwortbogen die Magnetfeldlinien der beiden identischen Scheibenmagneten, deren N-Pole einander gegenüberliegen, ein. | 0.4pt |
| A.2 | <p>Verbinde die Polklemmen M+ und M- mit den Gleichstromausgängen. Verbinde dann das DMM mit den Anschlüssen des Steuermoduls für die Gleichstromanzeige mit Hilfe der Krokodilklemmen (Abb. 7).
Lese die Höhe des Oszillators z bei Stromstärke Null und ohne Gewicht ab, d.h. $N = 0$. Notiere sie in Tabelle A.2.
Lege ein Gewicht ($N = 1$) auf den kreisförmigen Vorsprung, welcher aus der Innenwand des Zylinders herausragt, und notiere auch hier die Höhe z, bei welcher der Oszillator zur Ruhe kommt.
Welche Stromstärke I wird in der Hauptspule benötigt, um den Oszillator wieder in die Ausgangslage ohne Gewicht zu bringen?
Wiederhole die Messungen mit zunehmender Anzahl an Gewichten N bis zu 5. Trage sie in die Tabelle A.2 ein.</p> | 0.6pt |

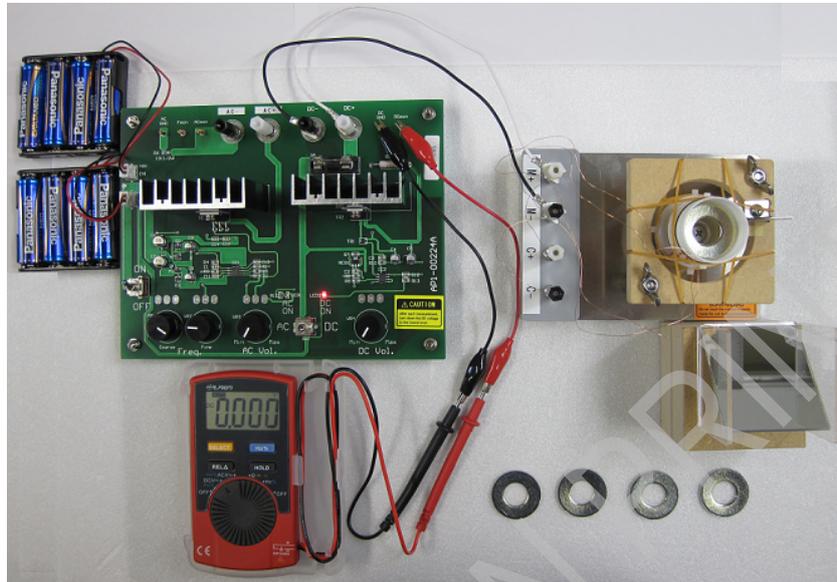


Abbildung 7: Das angeschlossene DMM. Der Oszillator mit einem Gewicht auf der rechten Seite.

A.3 Zeichne ein Diagramm, welches die Abhängigkeit der Höhe z von der Anzahl der Gewichte N darstellt. Entnehme dem Diagramm die Steigung $a = \frac{\Delta z}{\Delta N}$ und ihre Messunsicherheit. 0.7pt

A.4 Zeichne ein Diagramm, das die Abhängigkeit Stromstärke I von der Anzahl der Gewichte N darstellt. Entnehme dem Diagramm den Wert von b , der als $b = \frac{I}{N}$ definiert ist, und seine Messunsicherheit. 0.7pt

Teil B. Induzierte elektromotorische Kraft (3,0 Punkte)

B.1 Angenommen, ein Wechselstrom mit der Frequenz f wird an die Steuerspule ohne Gewicht angelegt. Da die Höhe des Oszillators variiert sinusförmig mit der Zeit: 0.2pt

$$z - z_0 = A \sin(2\pi ft), \quad (2)$$

wobei z_0 die Höhe des Kräftegleichgewichts und A die Amplitude der Schwingung ist. Schreibe den Ausdruck für die Amplitude U der induzierten elektromotorischen Kraft in der Hauptspule an.

B.2	Verbinde die Anschlüsse C+ und C- mit dem AC-Ausgang. SchlieÙe das DMM an "Fmon" und "AC GND" an, um die Frequenz abzulesen. Stelle sowohl die AC-Frequenz als auch die Ausgangsspannung so ein, dass eine gleichmäßige Schwingung mit angemessener Amplitude entsteht. Messe die Frequenz f_B und notiere sie auf dem Antwortbogen. Verbinde das DMM mit den Klemmen M+ und M-. Variiere bei fester Frequenz die Ausgangsspannung und messe die Schwingungsamplitude A und die in der Hauptspule induzierte Wechselspannung U' mit $U' = U/\sqrt{2}$. Befülle die Tabelle B.2 entsprechend.	0.5pt
B.3	Zeichne ein Diagramm, das die Abhängigkeit der Spannung U' von der Amplitude A zeigt. Entnehme dem Diagramm den Wert von c , der als $c = \frac{U'}{A}$ definiert ist, und seine Messunsicherheit.	0.7pt
B.4	Berechne BL und seine Messunsicherheit anhand der Ergebnisse von B.3 .	0.4pt
B.5	Berechne anhand der Ergebnisse von A.3 , A.4 und B.4 die Werte von m und k und quantifiziere deren Messunsicherheiten. Verwende für die Erdbeschleunigung den Wert $g = 9.80 \text{ m/s}^2$.	1.2pt

Teil C. Massenabhängige Resonanzfrequenz (2,3 Punkte)

Für die folgenden Experimente verwende die Hauptspule, um den Oszillator anzuregen. Ändere die Anschlüsse dementsprechend.

C.1	Schreibe den Ausdruck für die Resonanzfrequenz f des Oszillators mit N Gewichten an. Verwende die Federkonstante k' während der Bewegung, die sich von k unterscheiden könnte.	0.2pt
C.2	Rege den Oszillator an, indem du Wechselstrom an die Hauptspule anlegst. Messe die Resonanzfrequenz f , für eine unterschiedliche Anzahl an Gewichten, $N = 0$ bis 5, und notiere die Werte in Tabelle C.2 . Versuche zu vermeiden, dass die Gewichte zu springen beginnen.	0.5pt
C.3	Zeichne mit Hilfe der Ergebnisse von C.2 ein Diagramm, um $\frac{M}{k'}$ und $\frac{m}{k'}$ zu erhalten. Trage die erhaltenen Werte in den Antwortbogen ein. Wenn du weitere physikalische Größen berechnen musst, trage diese in die Tabelle C.2 ein.	1.0pt
C.4	Bestimme den Wert von $\frac{M}{m}$. Berechne M und k' mit Hilfe der Ergebnisse aus B.5 .	0.6pt

Teil D. Resonanzeigenschaften (2,3 Punkte)

Wenn eine periodische Kraft mit der Amplitude F_{AC} und der Frequenz f den Oszillator ohne zusätzliche Scheibengewichte anregt, wird die Schwingungsamplitude von A gut durch die folgende Resonanzgleichung

chung beschrieben:

$$A(f) = \frac{F_{AC}}{8\pi^2 M f_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{(f - f_0)^2 + (\Delta f)^2}}. \quad (3)$$

Hier gilt: $\Delta f = \frac{\alpha}{4\pi M}$. Diese Gleichung gilt nur in dem relevanten Frequenzbereich $|f - f_0| \ll f_0$.

In diesem Teil werden die Resonanzeigenschaften verwendet, um die Masse des Oszillators M zu erhalten, unter der Annahme, dass Gleichung (3) im gesamten Frequenzbereich gültig ist.

D.1 Rege den Oszillator an, indem du eine Wechselspannung an die Hauptspule anlegst. Stelle die Frequenz und die Ausgangsspannung so ein, dass eine Resonanz mit geeigneter Amplitude entsteht. 0.4pt
 Notiere die Wechselspannung U'_{AC} zwischen "ACmon" und "AC GND" auf dem Antwortbogen.
 Berechne mit Hilfe der Ergebnisse von **B.4** und dem Umrechnungsfaktor 0.106 A/V die Amplitude F_{AC} der periodischen elektromagnetischen Kraft, die auf den Oszillator wirkt.

D.2 Notiere in **Tabelle D.2** die Amplitude A der Schwingung, während die Frequenz f variiert wird. Die Amplitude F_{AC} der aufgebrachten Kraft muss während der gesamten Messung konstant gehalten werden. 0.9pt
 Zeichne ein Diagramm, das die Abhängigkeit zwischen der Amplitude A von der Frequenz f darstellt.

D.3 Verwende die Ergebnisse von **D.1** und **D.2**, um M zu erhalten. 1.0pt