

Wiedemann-Franz-Gesetz

In Metallen erfolgt Wärmeleitung hauptsächlich durch Elektronen. Deshalb besteht ein Zusammenhang zwischen thermischer und elektrischer Leitfähigkeit. Dieser ist bekannt als das Wiedemann-Franz-Gesetz.

Ziel dieses Experiments ist es, thermische und elektrische Eigenschaften verschiedener Metalle mit angemessener hoher Genauigkeit zu messen. In Teil A messen wir die elektrische Leitfähigkeit von Kupfer, Messing und Aluminium. In Teil B messen wir die Wärmeleitfähigkeit von Kupfer. In Teil C messen wir die spezifische Wärmekapazität von Kupfer. In Teil D messen wir die Wärmeleitfähigkeit von Messing und Aluminium. Abschließend überprüfen wir in Teil E für die untersuchten Metalle die Gültigkeit der allgemeinen Beziehung zwischen diesen physikalischen Eigenschaften.

In diesem Experiment wird keine Fehlerrechnung verlangt.

Beachte, dass in Teil B und D eine Wartezeit von **15 Minuten** notwendig ist. Berücksichtige dies in deiner Zeitplanung.

Sicherheitshinweise

Schließe keine Kabel oder nicht zugelassene Geräte direkt an die 220V/25A Steckdose an. Nur die zur Verfügung gestellten Netzgeräte dürfen angeschlossen werden.

Materialliste



Abbildung 1

1. **Kupfer-Rohr**: Länge 200,00 mm, Innendurchmesser 6,0 mm, Aussendurchmesser **20,0 mm**
2. **Messing-Rohr**: Länge 200,00 mm, Innendurchmesser 6,0 mm, Aussendurchmesser **19,0 mm**
3. **Aluminium-Rohr**: Länge 200,00 mm, Innendurchmesser 6,0 mm, Aussendurchmesser **20,0 mm**
4. Kleiner Permanent-Magnet der Masse 1,2 Gramm.

5. Wasserreservoir: Ein umgebauter Topf, welcher ursprünglich dazu verwendet wird ein israelisches Gebäck mit Namen „Jachnun“ herzustellen. In den Topfdeckel wurde innen ein Wärmetauscher eingebaut, der die Wärme an eine Schraube oberhalb des Topfs weiterleitet. Es stehen 4 Liter Wasser (zwei 2-Liter-Flaschen) zur Verfügung, mit denen das Reservoir befüllt werden kann.
6. Stab #1: Ein Kupferstab mit Durchmesser 20,0 mm. Der Stab enthält mehrere Temperatursensoren, welche über die Anschlussbuchse ausgelesen werden, sowie ein Heizelement, welches über die roten Kabel an das Gleichspannungs-Netzgerät (Gegenstand Nr. 15) angeschlossen wird (Abbildung 2.a). Der Stab ist in schwarzen thermisch isolierenden Schaumstoff eingehüllt.
7. Stab #2: Ein Stab, bestehend aus verschiedenen Materialien, mit Durchmesser 20,0 mm. Der Stab enthält mehrere Temperatursensoren, welche über die Anschlussbuchse ausgelesen werden, sowie ein Heizelement, welches über die roten Kabel an das Gleichspannungs-Netzgerät (Gegenstand Nr. 15) angeschlossen wird (Abbildung 2.b). Der Stab ist in schwarzen thermisch isolierenden Schaumstoff eingehüllt.
8. Thermisch isolierender Verschluss.
9. 12 V Gleichspannungs-Netzgerät für das digitale Auslesegerät.
10. Digitales Auslesegerät: Dieses zeigt die Messwerte der acht Thermometer. Zusätzlich wird es auch als Stoppuhr verwendet (siehe Anleitung weiter unten).
11. Thermometer-Kabel, welches die Stab-Thermometer mit dem digitalen Auslesegerät verbindet.
12. Multimeter, verwendet als Voltmeter: Der Selektor muss auf 20 V DC gestellt werden (Abbildung 3).
13. Multimeter, verwendet als Ampèremeter: Der Selektor muss auf 10 A DC gestellt werden (Abbildung 3).
14. Verbindungskabel.
15. 9 V Gleichspannungs-Netzgerät zur Stromversorgung der Heizung.

WARNHINWEISE:

1. In die Steckdosen dürfen nur die zur Verfügung gestellten Netzgeräte eingesteckt werden. Es ist strikt verboten, Verbindungskabel oder andere Geräte einzustecken, da dies schwere Verletzungen zur Folge haben kann.
2. Tauche die Stäbe nicht ins Wasser ein.

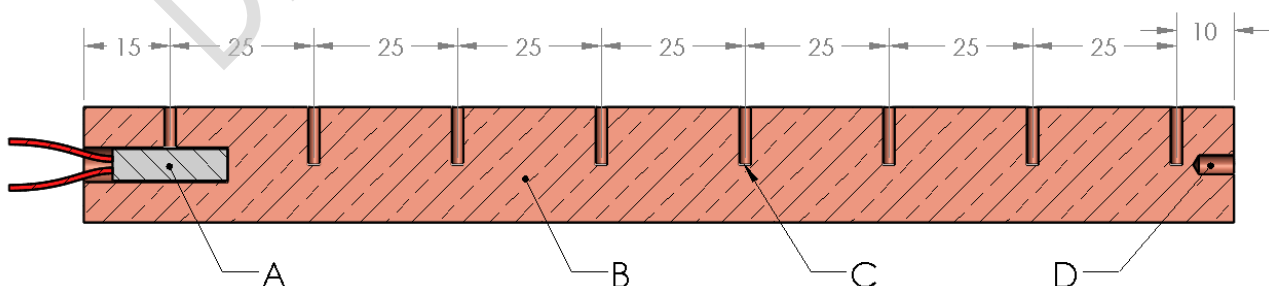


Abbildung 2.a: Aufbau von Stab #1.

Die Abstände sind in mm angegeben und haben eine Genauigkeit von 0,1 mm.

(A) Heizelement, angeschlossen an die roten Kabel. (B) Kupferstab. (C) Acht Temperatursensoren, jeder davon als Einbuchtung dargestellt, wie jene, zu der der Pfeil zeigt. (D) Bohrloch, passend zur Schraube auf dem Deckel des Wasserreservoirs.

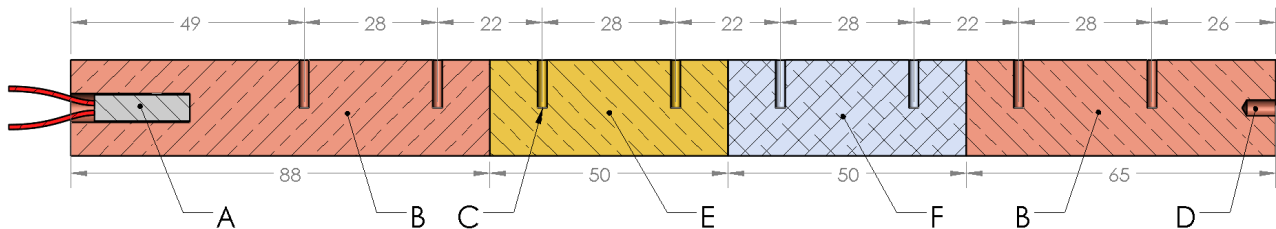


Abbildung 2.b: Aufbau von Stab #2.

Die Abstände sind in mm angegeben und haben eine Genauigkeit von 0,1 mm.

(A) Heizelement, angeschlossen an die roten Kabel. (B) Stabteile bestehend aus Kupfer. (C) Acht Temperatursensoren, jeder davon als Einbuchtung dargestellt, wie jene, zu der der Pfeil zeigt. (D) Bohrloch, passend zur Schraube auf dem Deckel des Wasserreservoirs. (E) Stabteil aus Messing. (F) Stabteil aus Aluminium.

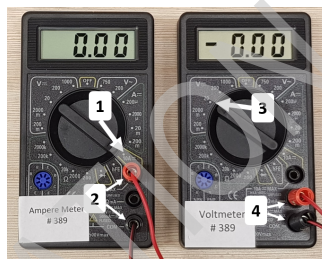


Abbildung 3: Ampère- und Voltmeter

(1) Selektorposition für die erforderliche Einstellung 10 A. (2) Anschlussbuchsen zur Verwendung als Ampèremeter. (3) Selektorposition für die erforderliche Einstellung 20 V. (4) Anschlussbuchsen zur Verwendung als Voltmeter.

Verwendung des digitalen Auslesegerätes

Schließe das digitale Auslesegerät an das 12 V Gleichspannungs-Netzgerät an.

Das digitale Auslesegerät hat zwei Betriebsmodi, einen Stoppuhr-Modus und einen Temperatur-Mess-Modus. Das Gerät wechselt automatisch in den Temperatur-Mess-Modus, sobald die Sensoren über das Kabel angeschlossen werden und wechselt automatisch in den Stoppuhr-Modus, sobald das Kabel wieder ausgesteckt wird. Dabei erscheint auf der Anzeige "Timer mode".

Im Temperatur-Mess-Modus:

- Um die Zeit zurückzusetzen (Reset), drücke den roten Knopf für 3 Sekunden.
- Kurzes Drücken der roten Taste friert das Display zum Ablesen ein. Im Hintergrund läuft die Zeit immer noch weiter, wird jedoch nicht angezeigt, solange das Display eingefroren ist.
- Erneutes Drücken der roten Taste zeigt Temperatur und Zeit wieder in Echtzeit an.

Im Stoppuhr-Modus:

- Drücken der roten Taste startet die Zeitmessung.
- Erneutes Drücken stoppt die Zeitmessung.

- Nochmaliges Drücken setzt die Stoppuhr auf Null zurück.

Das digitale Auslesegerät muss vor Verwendung für jeden der Stäbe kalibriert werden. Die im Experiment verwendeten Thermometer sind nicht exakt identisch. Deshalb nehmen wir den Stab, der sich anfangs im thermischen Gleichgewicht befindet, und setzen alle Temperaturmesswerte auf den gleichen Wert. Dies geschieht wie folgt: Schließe zuerst das eine Ende des Thermometer-Kabels an den Stab an. Drücke und halte dann die rote Taste während du das andere Kabelende an das Auslesegerät anschließt. Diese Kalibrierung bleibt nun gespeichert und wird auch dann nicht gelöscht, wenn das Temperatur- oder Stromkabel ausgesteckt wird.

WARNHINWEIS: Führe die Kalibrierung durch **bevor** du den jeweiligen Stab am Reservoir anbringst oder das Heizelement anschließst. Nur so ist gewährleistet, dass die Temperatur innerhalb des Stabs überall einheitlich ist.

Solltest du Probleme mit dem Auslesegerät haben, empfiehlt es sich, das Auslesegerät von der Stromversorgung zu trennen und wieder anzuschließen. Das Gerät behält dabei die letzte Kalibrierungsinformation.

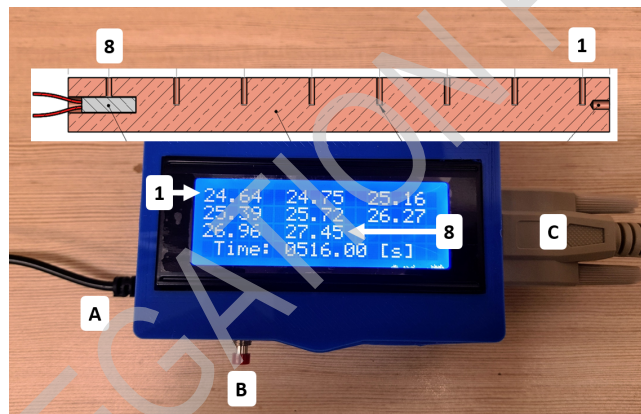


Abbildung 4: Digitales Auslesegerät

(A) Kabel zur 12 V Gleichspannungs-Stromversorgung. (B) rote Multifunktions-taste. (C) Thermometer-Kabel. (1-8) Temperatur-Messwerte in °C von links oben nach rechts unten.

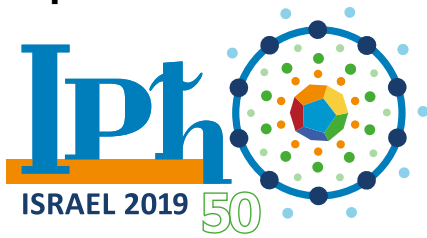
Teil A: Elektrische Leitfähigkeit von Kupfer, Aluminium und Messing (1,5 Punkte)

Theorie

Wenn ein Permanentmagnet innerhalb eines Hohlzylinders aus leitendem Material fällt, erfährt er aufgrund von im Zylinder induzierten Kreisströmen eine bremsende Kraft. Der Magnet erreicht deshalb bereits nach kurzer Zeit eine Endgeschwindigkeit, welche wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$v_{\text{end}} = \frac{8\pi m g a^2}{\mu_0^2 (\pi r_m^2 M)^2 \sigma w f\left(\frac{d}{a}\right)}. \quad (1)$$

Dabei ist m die Masse des Magneten, σ die elektrische Leitfähigkeit des Hohlzylinder-Materials, a der Innenradius des Hohlzylinders, r_m der Radius des Magneten, d die Höhe des Magneten, M die Restmagnetisierung (Remanenz) des Magneten, w die Dicke der Hohlzylinderwand und $f\left(\frac{d}{a}\right)$ eine Skalierungs-



funktion. In unserem Fall ist $a \approx r_m$, $d = 2r_m \approx 2a$ und $f(2) \approx 1,75$. Daraus folgt, dass die Fallzeit des Magneten durch den Hohlzylinder wie folgt angenähert werden kann:

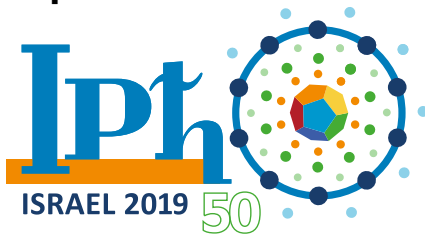
$$t = 0,22 \frac{\pi r_m^2 (\mu_0 M)^2 w L_0}{mg} \sigma. \quad (2)$$

Dabei ist $L_0 = 0,20$ m die Länge des Hohlzylinders. Außerdem wurde angenommen, dass der Magnet seine Endgeschwindigkeit bereits unmittelbar nach dem Loslassen erreicht.

Folgende weitere Größen werden für die Berechnungen benötigt:

$\mu_0 M = 0,65$ T, $w_{\text{Aluminium}} = w_{\text{Kupfer}} = 7,0 \cdot 10^{-3}$ m, $w_{\text{Messing}} = 6,5 \cdot 10^{-3}$ m, $m = 1,2 \cdot 10^{-3}$ kg, $r_m = 3,0 \cdot 10^{-3}$ m, $g = 9,8$ m/s²

Experiment



Q2-6

Austrian German (Austria)

Experiment

A.1 Verwende das digitale Auslesegerät im Stoppuhr-Modus und miss die Zeit, welche der Magnet benötigt um durch die verschiedenen Hohlzylinder (Aluminium, Kupfer, Messing) zu fallen. Notiere deine Messwerte in Tabelle A1. 1.0pt

A.2 Verwende die obige Gleichung und bestimme für die drei Materialien die elektrischen Leitfähigkeiten $\sigma_{\text{Aluminium}}$, σ_{Kupfer} und σ_{Messing} . 0.5pt

Teil B: Thermische Leitfähigkeit von Kupfer (3,0 Punkte)

Ziel dieses Teils ist es, die Wärmeleitfähigkeit von Kupfer nahe dem stationären Zustand zu messen.

Theorie

Die thermische Leitfähigkeit κ ist definiert über die Beziehung $P(x) = -\kappa A \cdot \frac{\Delta T(x)}{\Delta x}$. Diese Gleichung beschreibt einen linearen Zusammenhang zwischen dem lokalen Temperaturgradienten und dem lokalen Wärmestrom, welcher durch die Querschnittsfläche des Materials fließt. $P(x)$ bezeichnet dabei den Wärmestrom durch die Querschnittsfläche an der Stelle x , A die Querschnittsfläche des Stabs und $\Delta T(x) / \Delta x$ den Temperaturgradienten an der Stelle x .

Experiment

Schließe das digitale Auslesegerät über das 12 V Gleichspannungs-Netzgerät an und kalibriere Stab #1. Befülle den Topf mit 4 Liter Wasser (beide Flaschen), so dass der Wärmetauscher vollständig eingetaucht ist und verschließe den Topf.

B.1 Notiere die Anfangstemperatur von Stab #1, so lange dieser noch auf dem Tisch liegt. 0.1pt

Stecke das Thermometer-Kabel am Stab aus, entferne den isolierenden Deckel und schraube Stab #1 auf den Topfdeckel. Schließe nun das Thermometer-Kabel wie in Abbildung 5 gezeigt wieder an das digitale Auslesegerät an. Achte beim Einschrauben darauf, dass du nicht zu fest drehst.



Abbildung 5

- B.2** Skizziere einen Stromkreis, mit welchem du die Heizung versorgen und gleichzeitig die Leistung messen kannst. Dein Stromkreis sollte folgende Elemente enthalten: 9 V Gleichspannungs-Netzgerät, Heizung (schon in dem Stab eingebaut), Voltmeter, Ampèremeter und Verbindungskabel. Du kannst die Kabel als Schalter verwenden, indem du sie ein- und aussteckst. 0.5pt

Die Wärmeleitfähigkeit werden wir messen, indem wir am oberen Ende des Stabes heizen während wir das andere Ende über den Wärmetauscher fast konstant auf der Temperatur des Wasserreservoirs halten.

Ziel ist es, dass wir für alle Thermometer einen möglichst stationären Zustand erreichen. Baue den Stromkreis von B2 auf und schließe die Heizung an die Stromversorgung an.

- B.3** Führe eine geeignete Messung durch, um die der Heizung zugeführte Leistung P zu berechnen. Notiere deine Messwerte und das Ergebnis im Antwortblatt. 0.1pt

Heize für 15 Minuten. Du kannst die Wartezeit für die weitere Planung des Experiments nutzen.

- B.4** Notiere in der Tabelle die Temperaturen aller acht Thermometer zu folgenden ungefähren Heizdauern: 15 min; 17,5 min; 20 min. 0.5pt

- B.5** Stelle für jede der drei Heizdauern die Temperatur in Abhängigkeit von der Messposition im Stab grafisch dar. Stelle die drei Funktionen der 3 Heizdauern in einem Graphen dar. Diese Funktionen werden wir auch später in Teil D nochmals verwenden. 1.0pt

- B.6** Verwende den Graphen für die Heizdauer 17,5 min, um die thermische Leitfähigkeit von Kupfer κ_0 zu bestimmen. Wärmeverluste kannst du hier vernachlässigen. Schätze aus deinen Daten die durchschnittliche Temperaturänderungsrate im Stab $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ für die Heizdauer 17,5 min ab. 0.5pt

- B.7** Erwartest du, dass dein Wert κ_0 im Vergleich zum wahren Wert κ größer, kleiner oder gleich ist? 0.3pt

Teil C: Abschätzung des Wärmeverlustes und der Wärmekapazität von Kupfer (4,0 Punkte)

Theorie

Die Wärmekapazität C ist über folgende Beziehungen definiert:

$$\Delta Q = C \Delta T, \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right). \quad (3)$$

Dabei bezeichnet $\Delta Q / \Delta t$ den Wärmestrom ins Material und $\Delta T / \Delta t$ die Temperaturänderungsrate. Die spezifische Wärmekapazität c_p ist die Wärmekapazität pro Masseneinheit. Die Masse des Kupferstabs beträgt 0,58 kg.

Experiment

Schalte das Netzgerät der Heizung ab. Entferne die Kabel, schraube Stab #1 ab, lege ihn auf den Tisch und setze den zuvor entfernten isolierenden Deckel wieder auf. Schließe nun die Heizung wieder an und verbinde den Stab mit dem digitalen Auslesegerät.

WARNHINWEIS: Lasse die Heizung nicht über längere Zeit eingeschaltet ohne die Temperatur zu überwachen.

Über eine Sequenz von Abkühlen, Heizen und erneutem Abkühlen können wir sowohl den Wärmeverlust als auch die Wärmekapazität des Materials bestimmen. Der Heizvorgang sollte dabei die durchschnittliche Temperatur um etwa $2,5^\circ\text{C}$ verändern. Die notwendige Genauigkeit in diesem Schritt wird durch eine Abkühl-Heiz-Abkühl-Abfolge von insgesamt 10-15 Minuten Zeitdauer erreicht.

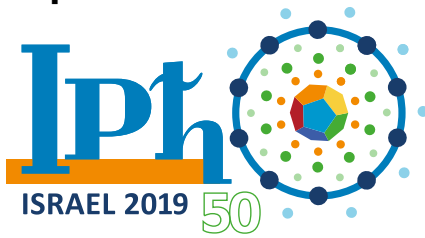
In diesem Teil sollen die Messungen in der Nähe der mittleren Temperatur im stationären Zustand aus Teil B durchgeführt werden.

Um die gesamte in dem Stab gespeicherte thermische Energie zu berücksichtigen, wollen wir den Verlauf der mittleren Temperatur des Stabes beobachten. Die Temperatur in der Mitte des Stabes entspricht näherungsweise der mittleren Temperatur entlang des Stabes.

- C.1** Führe eine Abkühl-Heiz-Abkühl-Sequenz durch. Notiere die Messwerte in Tabelle C1 und berechne den Mittelwert. 1.0pt

- C.2** Erstelle einen Graphen für den Verlauf der mittleren Temperatur des Stabes als Funktion der Zeit. 1.0pt

- C.3** Bestimme mit Hilfe des Graphen die spezifische Wärmekapazität c_p und den Wärmeverlust pro Zeit P_{Verlust} in der Nähe der mittleren Temperatur im stationären Zustand aus Teil B. Beschreibe dein Vorgehen mit Diagrammen (bzw. Skizzen) und Gleichungen. 1.0pt



Um die Genauigkeit der in Teil B bestimmten Wärmeleitfähigkeit zu verbessern, müssen zwei wesentliche Mechanismen beachtet werden:

- Der Wärmeverlust aufgrund des radialen Wärmetransports durch die Isolierung.
- Die Tatsache, dass das System bei der Messung noch keinen stationären Zustand erreicht hat.

In erster Näherung kannst du davon ausgehen, dass aufgrund dieser Mechanismen die Änderung des Wärmestroms entlang des Stabes pro Längeneinheit $\Delta P(x) / \Delta x$ konstant ist.

- C.4** Ermittle eine Gleichung, welche die in Teil B ermittelte thermische Leitfähigkeit in erster Näherung korrigiert. Berücksichtige dabei die beiden oben genannten Mechanismen. Drücke die korrigierte thermische Leitfähigkeit κ_{Kupfer} durch κ_0 , P , c_p , m , P_{Verlust} und $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ aus den Teilen B und C aus. Berechne den Wert von κ_{Kupfer} . 1.0pt

Teil D: Thermische Leitfähigkeit von Messing und Aluminium (1.0 Punkte)

Verbinde den isolierten Stab #2 mit dem digitalen Auslesegerät und kalibriere die Temperatursensoren dieses Stabes, wie am Anfang von Abschnitt B beschrieben.

- D.1** Schreibe die anfängliche Temperatur des Stabes auf, wenn sich dieser auf dem Tisch befindet. 0.1pt

Trenne das Kabel und schraube Stab #2 auf den Topfdeckel, wie in Abbildung 4 dargestellt. Verbinde das Kabel wieder mit dem Auslesegerät.

Wiederhole das Vorgehen aus Teil B, um während des Heizens nahe an den stationären Zustand heranzukommen.

Heize mindestens **15 Minuten** bevor Du Messungen machst.

Du darfst annehmen, dass der Stab sich dann im stationären Zustand befindet. Außerdem darfst du annehmen, dass der Wärmeverlust pro Länge entlang des Stabes konstant ist.

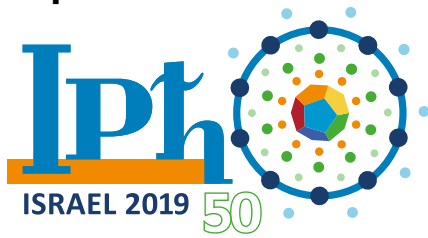
- D.2** Notiere die Temperaturmesswerte für alle 8 Thermometer von Stab #2. Berechne außerdem $\Delta T / \Delta x$ für jeden Abschnitt. 0.2pt

Als Näherung erster Ordnung darfst du die selbe Annahme wie in Aufgabe C.4 verwenden, nämlich, dass $\Delta P(x) / \Delta x$ konstant ist.

- D.3** Drücke κ_{Messing} und $\kappa_{\text{Aluminium}}$ durch bereits bestimmte Größen aus und berechne deren numerische Werte mit Hilfe deiner Messdaten. 0.7pt

Teil E: Das Wiedemann-Franz-Gesetz (0,5 Punkte)

In Metallen wird der Wärmetransport primär durch Leitungselektronen verursacht. Das Wiedemann-Franz-Gesetz besagt, dass in Metallen das Verhältnis der thermischen und elektrischen Leitfähigkeit linear von der absoluten Temperatur abhängt. Darüber hinaus sagt das Gesetz, dass der Anstieg (die Steigung) $L = \frac{\kappa}{\sigma T}$, die auch als "Lorenz-Zahl" bekannt ist, für die meisten Metalle den gleichen Wert hat und nur von Naturkonstanten abhängt. In Wirklichkeit wird dieses Gesetz von Metallen bei Raumtemperatur mit einer Genauigkeit von etwa 10% erfüllt.



- E.1** Trage deine Werte für die thermischen und elektrischen Leitfähigkeiten (κ, σ) in Tabelle E1 ein. Berechne den Wert von L für jedes Material und trage diesen ebenfalls ein. Du darfst dabei annehmen, dass die thermische Leitfähigkeit in erster Ordnung nicht von der Temperatur abhängt. 0.5pt

DELEGATION PRINT