

Erdbeben, Vulkane und Tsunamis

Indonesien kann als Marktplatz von Naturkatastrophen bezeichnet werden. Fast alle Arten von Naturkatastrophen sind schon in Indonesien vorgekommen, z.B. Vulkanausbrüche, Erdbeben und Tsunamis.

A. Merapi Vulkanausbruch



(Abb. 1: Pyroklastische Wolke während des Merapi-Ausbruchs, Courtesy of Volcanological Office of Yogyakarta, BPPTKG)

Der Merapi-Vulkan in Yogyakarta ist einer der aktivsten Vulkane in Java. Pyroklastische Ströme sind eine bekannte Ausbruchcharakteristik dieses Vulkans. Ein pyroklastischer Strom ist eine heiße Mischung aus Gas und Gestein, die sich vom Vulkan wegbewegt. Am 26. Oktober 2010 zeigte Merapi seinen explosiven Charakter, indem er eine Aschewolke erzeugte, die 12 km in den Himmel ragte (Abb. 1) und pyroklastische Ströme, die mehr als 20 000 Menschen zur Flucht zwangen.

Betrachten wir den bislang größten Ausbruch des Merapi im Jahre 2010. Geophysiker wissen, dass das Eindringen von Wasser von außen in die Magmakammer eine wesentliche Rolle für den explosiven Charakter dieser Eruption spielte (hydro-magmatische Eruption). Nehmen wir an, dass sich der Vulkan als System beschreiben lässt, in dem Magmateilchen und Wasser vermischt sind. Der Schlot des Vulkans und die (äußere) Atmosphäre begrenzen das System. Die explosive Eruption erfolgte in zwei Schritten: (1) eine plötzliche Magma-Wasser Reaktion und (2) die Ausdehnung des Systems. Im ersten Schritt mischt sich eine bestimmte Magmamasse (m_m) bei einer absoluten Temperatur (T_m) mit einer extern eindringenden Wassermasse (m_w) bei einer absoluten Temperatur von (T_w). Das thermische Gleichgewicht wird fast augenblicklich erreicht. Bei dieser Reaktion kann das Volumen als fast konstant angenommen werden. Die latente Wärme für das Verdampfen von Wasser und die latente Wärme für das Schmelzen der Magma

können vernachlässigt werden.

A.1	Ermittle die Gleichgewichtstemperatur für Schritt (1) in Abhängigkeit von den beteiligten Massen und der Wärmekapazitäten pro Masseneinheit von Wasser c_{VW} und Magma c_{VM} .	0.4 pt.
A.2	Bestimme den Druck im Gleichgewichtszustand im ersten Schritt unter der Annahme, dass die Mischung als ideales Gas modelliert werden kann. Nimm an, dass Molvolumen der Mischung v_e ist.	0.3 pt.

In Schritt (2) kann es mehrere Vorgänge geben, die während der Dampfexplosion stattfinden. Obwohl dieser Prozess kompliziert ist, können wir die Geschwindigkeit des Vulkanauswurfs empirisch bestimmen. Die Gasgeschwindigkeit während der Eruption hängt vom Druck p , der Gesamtmasse m und dem Volumen V der Mischung im Vulkanschlot ab.

A.3	Finde einen Ausdruck für die Geschwindigkeit dieser Mischung während der Eruption in Abhängigkeit der Größen p , m , und V bis auf einen Proportionalitätsfaktor κ .	0.3 pt.
-----	---	---------

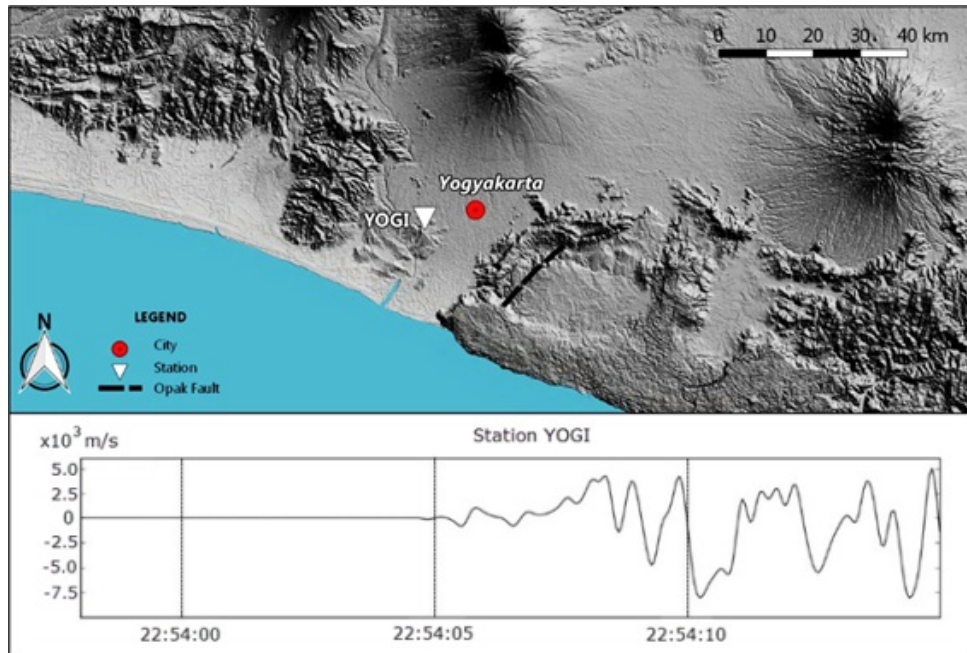
Der gemessene Druck ist in der Größenordnung von 100 MPa. Daher kann die Geschwindigkeit mit Geschwindigkeit verglichen werden.

B. Das Erdbeben in Yogyakarta

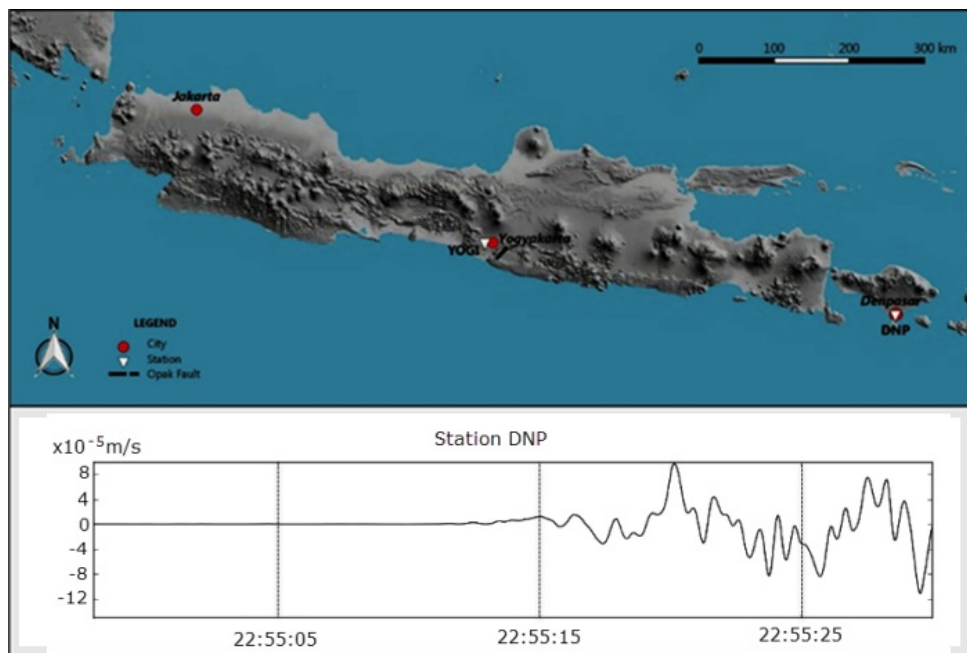
Im Jahr 2006 wurde Yogyakarta um 05:54:00,00 Lokalzeit, entsprechend 22:54:00,00 UTC, von einem Erdbeben der Magnitude $M_w = 6.4$ erschüttert. Viele Gebäude in den Regionen Bantul und Yogyakarta wurden zerstört. Das Erdbeben wurde durch ein plötzliches Verrutschen des Opak-Segmentes (siehe Abb. 2) verursacht. Das Hypozentrum des Bebens befand sich 15 km unter der Erdoberfläche.

Seismische Wellen, die sich in der Erdkruste ausbreiten, können mit einem Seismometer aufgezeichnet werden. Diese Aufzeichnung nennt man Seismogramm (Abb. 2 und 3, jeweils unterer Graph). Die Seismogramme stellen die vertikale Bodengeschwindigkeit als Funktion der Zeit dar, aufgezeichnet in der Gamping Station Yogyakarta (YOGI) (Abb. 2) und in Denpasar, Bali (DNP) (Abb. 3). Allgemein gibt es drei Typen von seismischen Wellen: longitudinale Wellen (P -Welle, primary-wave), transversale Wellen (S -Welle, secondary wave) und Oberflächenwellen. Die P -Wellen und die S -Wellen breiten sich unter der Erdoberfläche aus, während sich die Oberflächenwellen an der Oberfläche ausbreiten. Seismischen

Wellen, die sich unter der Erdoberfläche bis zu den Messstationen ausbreiten können in drei Gruppen eingeteilt werden: die, die sich in gerader Linie ausbreiten, die die an einer Grenzschicht reflektiert werden und die, die in die nächste Schicht gebrochen werden. Die longitudinalen *P*-Wellen breiten sich mit der höchsten Geschwindigkeit aus, während die Oberflächenwellen mit etwa 60 % der Geschwindigkeit der *P*-Wellen die langsamsten sind.



(Abb. 2: Karte mit der Lage der YOGI-Erdbebenstation)



(Abb. 3: Karte mit der Lage der DNP-Erdbebenstation (Denpasar))

Das Epizentrum ist die Projektion des Hypozentrums auf die Erdoberfläche. Der Abstand zwischen Epizentrum und den Stationen YOGI, bzw. DNP beträgt 22,5 km, bzw. 500 km. Die Breite der Erdkruste beträgt in Java, Indonesien, 30 km. Unter der Erdkruste befindet sich der Erdmantel. Wie alle anderen Wellen auch, erfüllen Erdbebenwellen das Brechungsgesetz von Snellius. Eine Erdbebenwelle kann auch an einer Mantelschicht reflektiert werden. In dieser Aufgabe nehmen wir an, dass die Erdkrümmung vernachlässigt werden kann.

B.1	Abb. 2 zeigt ein Seismogramm der YOGI-Station. Verwende die Daten, um die Geschwindigkeit der P -Wellen in der Erdkruste zu bestimmen.	0.5 pt.
B.2	Ermittle die Zeiten, die die direkte P -Welle und die reflektierte Welle des Yogyakarta-Bebens benötigen, bis sie die DNP-Station in Denpasar erreichen.	0.6 pt.

Nehmen wir an, dass die Erde aus nur zwei Schichten besteht: Erdkruste und Erdmantel. Die P -Wellen breiten sich in Erdkruste und Erdmantel mit unterschiedlichen, aber konstanten Geschwindigkeiten aus. Die Geschwindigkeit im Mantel ist höher als die in der Kruste. Beachte, dass eine P -Welle, die im rechten Winkel (90°) am Mantel reflektiert wird, teilweise zurück in die Kruste reflektiert werden kann, entlang ihres ganzen Weges entlang der Kruste-Mantel-Grenze.

B.3	Bestimme die Geschwindigkeit der P -Welle im Erdmantel.	1.2 pt.
-----	---	---------

Ein realistischeres Modell des Erdaufbaus teilt die Erdkruste in eine Vielzahl von dünnen Schichten, sodass die Geschwindigkeit der seismischen Wellen als Funktion der Tiefe z beschrieben wird durch: $v(z) = v_0 + az$, wobei a eine Konstante ist und das Hypozentrum sich näherungsweise an der Erdoberfläche befindet. In diesem Modell erfolgt die Wellenausbreitung entlang gekrümmter Bahnen (Wellenstrahl).

B.4	Wir definieren den Strahlparameter $p = \sin \theta(z)/v(z)$, wobei $\theta(z)$ der Winkel zwischen Strahl und Horizontale ist. Nimm an, dass die Erdbebenwelle mit dem Strahlparameter p bei einer Erdbebenstation ankommt. Drücke den Abstand zum Epizentrum in Abhängigkeit der Parameter p , v_0 und a aus. Nimm an, dass das Epizentrum sehr nahe an der Erdoberfläche liegt.	1.4 pt.
B.5	Stelle die Ausbreitungszeit T vom Epizentrum zur Messstation durch ein Integral nach z dar.	1.0 pt.

Die Erdkruste bestehe aus einem Stapel homogener Schichten, wobei die Ausbreitungsgeschwindigkeit in einer Schicht mit v_i bezeichnet ist und die Dicke einer Schicht δz_i beträgt.

B.6	Nähere aus den Ergebnissen der vorherigen Aufgabenstellung die Ausbreitungszeit (T) vom Epizentrum zur DNP-Station, unter der Annahme, dass die Erdkruste aus nur drei diskreten Schichten besteht ($i = 1, 2, 3$). Diese sind charakterisiert durch: $v_1 = 6,65$ km/sec, $v_2 = 6,97$ km/sec, $v_3 = 6.99$ km/sec, $p = 0,143$, $\delta z_1 = 6,0$ km, $\delta z_2 = 9,0$ km, $\delta z_3 = 15$ km.	1.0 pt.
-----	--	---------

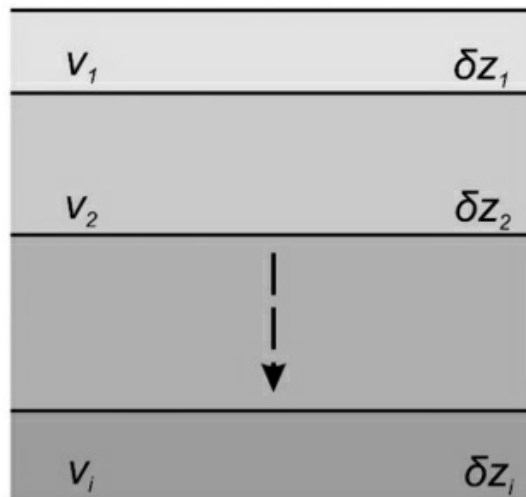


Abb. 4: Vereinfachtes Modell der Schichten der Erde.

C. Der Java-Tsunami

Am 17. Juli 2006 um 15:19:27 Uhr lokaler Zeit fand das Pangandaran-Erdbeben samt Tsunami vor der Westküste Zentraljavas statt. Während des Erdbebens, dessen Epizentrum in der Kruste unter dem Ozeanboden lag, wurde eine beachtliche Wasserwelle erzeugt, die man Tsunami nennt. In anderen Worten: Ein Tsunami ist eine Flachwasserwelle, die ursprünglich eine kleine Amplitude hat, aber eine extrem große Wellenlänge. Nimm an, dass ein plötzliches Ereignis einen Teil des Ozeanbodens anhebt wie in Abb. 5 dargestellt. Nimm an, dass die Energie des Erdbebens in potenzielle Energie des angehobenen Ozeanwassers verwandelt wird. Als einfaches Modell nehmen wir an, dass das angehobene Wasser die Form eines Quaders mit der Grundfläche xL (wobei $L \gg x$) und der Höhe h hat.

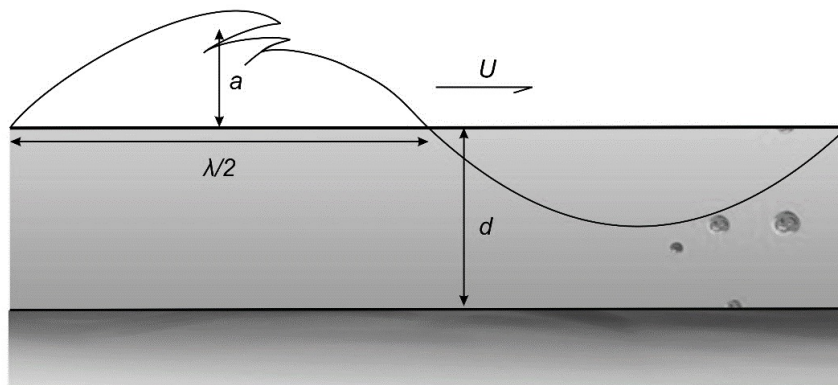


Abb. 5: Illustration einer Tsunamiwelle; d ist die Ozeantiefe.

C.1	Ermittle die potenzielle Energie, die im durch das Erdbeben angehobenen Wasser gespeichert ist. Nimm an, dass die Wasserdichte des Meerwassers ρ ist.	0.4 pt.
C.2	Ermittle die Geschwindigkeit der Tsunamiwelle in Abhängigkeit von d .	1.2 pt.
C.3	Ermittle die Leistung der Tsunamiwelle in Abhängigkeit von der Amplitude, der Entfernung von der Küste und dem Winkel θ zwischen der Meeresoberfläche und dem Ozeanboden.	0.9 pt.
C.4	Die Tsunamiwelle erreicht den Strand. Bestimme die Abhängigkeit der Amplitude der Tsunamiwelle von der Position x_2 am Strand, von der Amplitude x_1 am Ort der Entstehung.	0.4 pt.