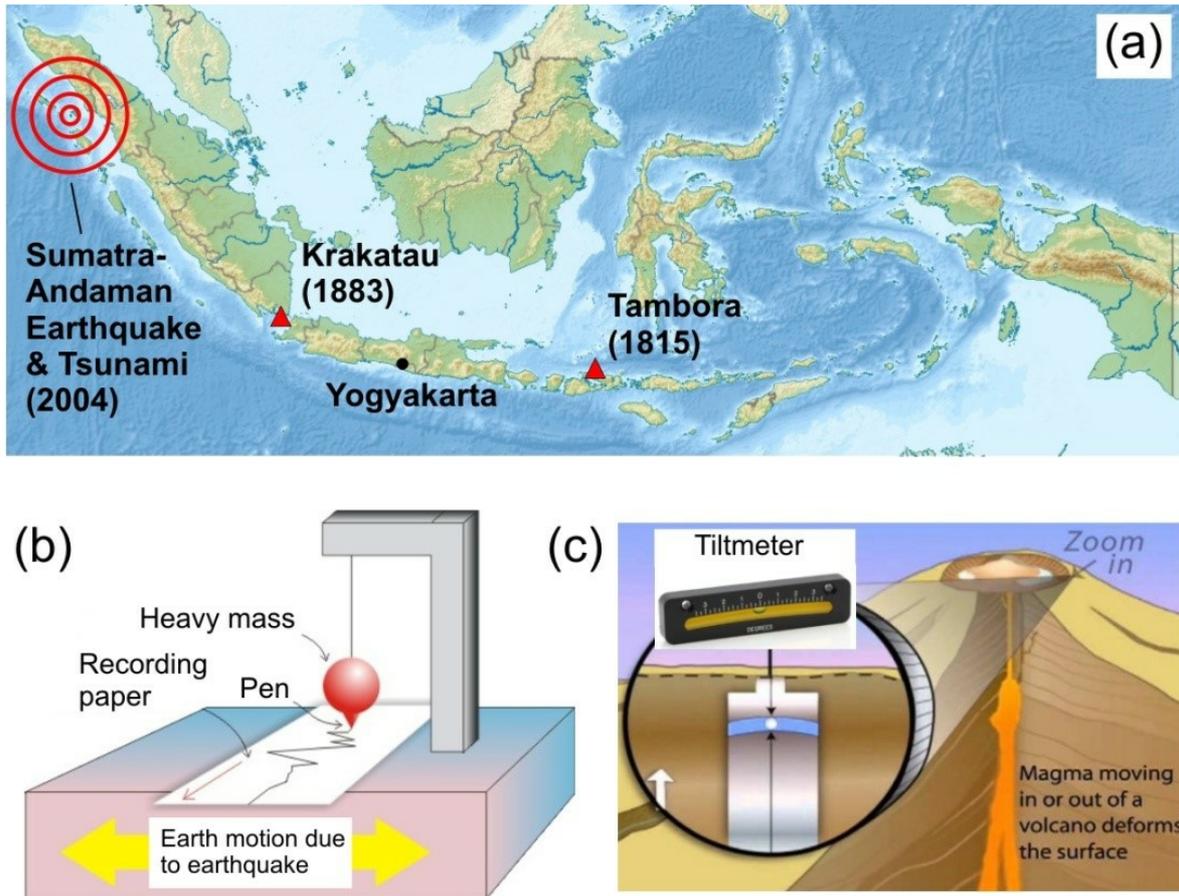


## Magnetische Fallen aus parallelen Dipol-Linien und ihre Verwendung bei der Beobachtung von Erdbeben und Vulkanen

### A. Einführung



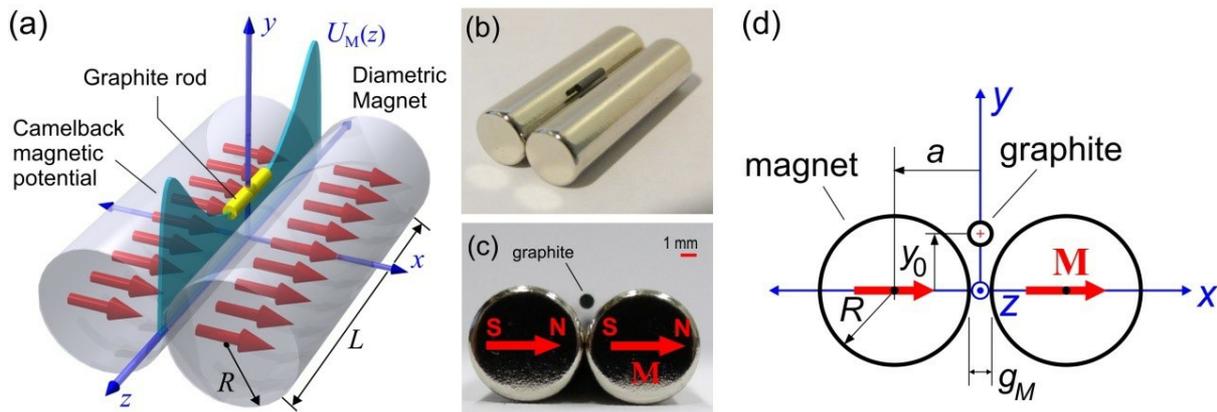
**Abbildung. 1** (a) Karte von Indonesien mit den bekanntesten Naturkatastrophen. (b) Einfacher Seismograph für die Detektion von Erdbeben. (c) Neigungsmesser zur Beobachtung von Vulkanen.

Indonesien ist das weltweit größte Archipel, welches aus etwas 17000 tropischen Inseln besteht und daher oft das "Juwel des Equators" genannt wird. Leider gibt es viele natürliche Bedrohungen, wie zum Beispiel Erdbeben und Vulkanausbrüche. Enorme Katastrophen (Abb. 1a) wie das Sumatra-Andaman Erdbeben und Tsunami (2004) und die Vulkanausbrüche des Krakatau (1883) und des Tambora (1815) gehören zu den Naturkatastrophen mit meisten Todesopfer überhaupt. Erdbeben werden mit einem Seismograph aufgezeichnet, welches normalerweise die Bodenverschiebung oder dessen Beschleunigung mithilfe eines Pendelsystems misst (Abb. 1b). Vulkane werden beobachtet, indem die Änderung der Neigung des Erdbodens mit einem Neigungsmesser aufgezeichnet wird (Abb. 1c). In dieser Aufgabe geht es um einen neue Art von magnetischer Falle und Sensor - genannt Parallele Dipol-Linien (PDL) - mit denen die Aufzeichnung von Erdbeben und Beobachtung von Vulkanen möglich ist.

Die parallele Dipol Linie ist eine Anordnung von zwei magnetischen Dipolen wie in Abbildung 2 gezeigt (auch genannt *Dipol Linie*). Kürzlich haben zwei indonesische Physiker einen interessanten Effekt in diesem System entdeckt: Falls die Länge der Dipol Linien länger als eine bestimmte kritische Länge ist, nimmt das

Germany

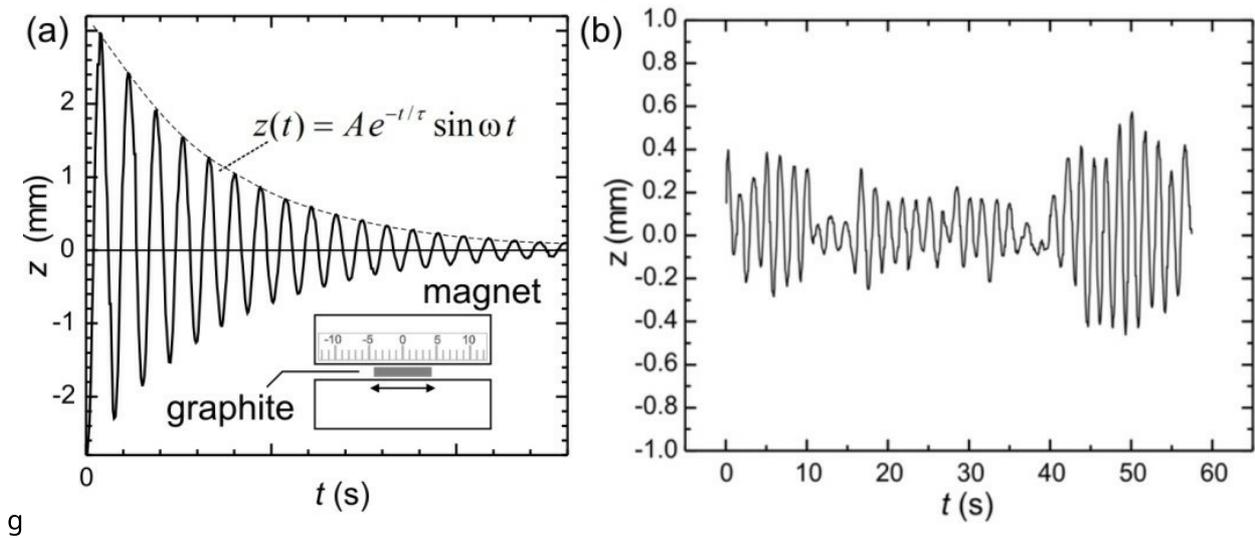
magnetische Feld zu den beiden Enden hin zu, so dass ein "Kamelrücken-Potential" entsteht (Abb. 2a). Dieser "Kamelrücken-Effekt" ist wichtig, da das System dadurch als ein *neuer Typ von magnetischer Falle*, genannt *Parallele Dipol Linie (DPL)*, genutzt werden kann. Die PDL-Falle kann experimentell durch ein Paar von diametral magnetisierter Magneten realisiert werden, d.h Zylinder-Magnete deren Magnetisierung entlang eines Durchmesser zeigt (Abb. 2c), so dass der Nord- und der Südpol auf den gekrümmten Seiten statt auf den Endflächen sind.



**Abbildung 2.** (a) Modell der Parallele Dipol-Linien (PDL) Falle mit dem Kamelhöcker-Potential entlang der z-Richtung. (b) Experimenteller Aufbau der "diametral magnetisierten" Magnet. (c) Querschnitt. (d) Schematische Darstellung der PDL-Falle. [Gunawan and Virgus, J. Appl. Phys. 121, 133902 (2017)].

Wenn man einen Graphitstab (gewöhnliche Bleistift-Mine) in die Falle legt, kann dieser dort in einer stabilen Position schweben. Dies passiert, weil das Graphit in  $x$ -Richtung durch die Magneten auf beiden Seiten abgestoßen wird und die magnetische Abstoßung in vertikaler  $y$ -Richtung die Gravitation ausgeglichen, so dass der Graphitstab in einer Höhe  $y_0$  schwebt (Abb. 2d). In Richtung parallel zu den Zylindern ( $z$ ) hält das "Kamelrücken-Potential" den Graphitstab stabil.

Das *Kamelrücken-Potential* der magnetischen Falle bildet einen *eindimensionalen Oszillator*. Wenn der Graphitstab ein wenig in  $z$ -Richtung, d.h. parallel zu den Zylinderachsen, ausgelenkt wird, beginnt dieser mit einer schwachen Dämpfung zu schwingen (Abb. 3a). Diese PDL Falle kann als sensibler Seismograph benutzt werden. Wenn die Erde bebt, folgt der Graphitstab der stabilen Position und seine relative Auslegung ist das "Erdbeben"-Signal. Ebenso kann sie als ein sensibler Neigungsmesser benutzt werden: Wenn die magnetische Falle geneigt wird, bewegt sich der Graphitstab merklich ohne Reibung.



**Abbildung 3.** (a) Schwach gedämpfte Schwingung des Graphitstab entlang des Kamelrücken-Potential. (b) Seismographische Anwendung: Bodenvibrationen gemessen mit einer PDL-Falle.

Die Physik der PDL-Falle und ihre Anwendungen werden in dieser Aufgaben in zwei Teilen untersucht:

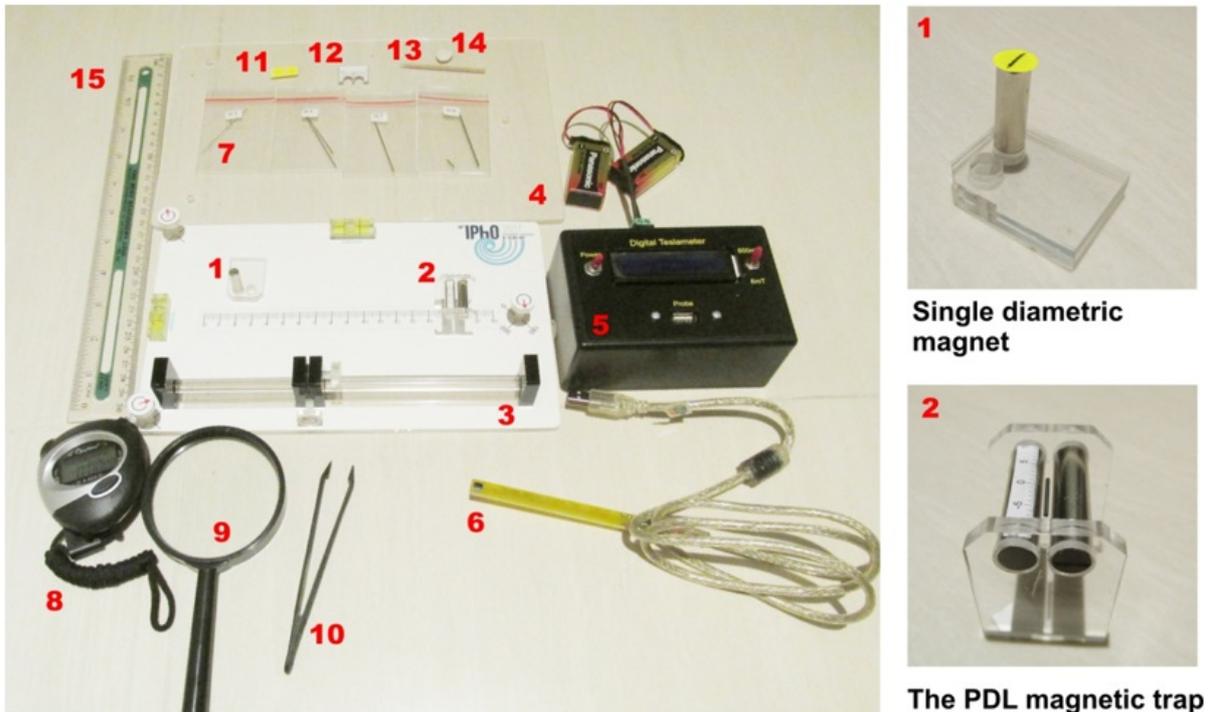
### **Teil A: Grundlegende Eigenschaften der PDL-Falle**

- (1) Bestimmung der Magnetisierung des Magneten (2,5 Pkt)
- (2) Magnetische Levitation und magnetische Suszeptibilität  $\chi$  (1,0 Pkt.)
- (3) Schwingung im Kamelhöckerpotential und magnetische Suszeptibilität  $\chi$  (1,0 Pkt.)
- (4) Oszillatorgütefaktor  $Q$  und Abschätzung der Viskosität von Luft (3,0 Pkt.)

### **Teil B: Anwendungen als Sensor**

- (5) PDL-Falle als Seismograph (0,5 Pkt.)
- (6) PDL-Falle als Neigungsmesser (2,0 Pkt.)

## B. Versuchsaufbau



1. Aufbau des einzelnen diametral magnetisierten Magnet. Der gelbe Sticker muss angeklebt werden um die Richtung der Magnetisierung zu kennzeichnen.
2. Die PDL-Falle, dargestellt mit schwebenden Graphit. Entferne die Magneten bitte nicht aus diesem Aufbau.
3. Obere Arbeitsplatte mit 3 Schrauben
4. Untere Arbeitsplatte
5. Teslameter zur Messung des magnetischen Feldes. Außerdem liegen Batterien als Stromquelle für das Teslameter und ein Kabel zum Anschließen der Hallsonde an das Teslameter bei.
6. Hallsonde des Teslameter
7. Graphitstäbe (Bleistiftminen) mit 4 verschiedenen Durchmessern: HB/0.3, HB/0.5, HB/0.7, und HB/0.9. Die exakten Durchmesser sind in der Tabelle unten aufgelistet. Wahrscheinlich musst du die Graphitstäbe brechen um die spezifisch benötigten Längen zu erhalten.
8. Stoppuhr
9. Lupe

10. Pinzette, anti-statisch
11. Kreisförmig gelber Sticker – um die Richtung der Magnetisierung (Nord-Süd-Pol) des einzelnen Magneten zu markieren
12. "Einschieb-Lineal" zur Messung der Höhe, in der das Graphit schwebt
13. Zahnstocher zur Verschiebung des Graphitstab
14. Knetmasse zur Befestigung der Magnet-Aufbauten auf der Arbeitsplatte
15. Lineal

## Anleitungen & Warnungen:

1. **Halte den Aufbau aus einem Magneten und die PDL-Falle (zwei Magneten) voneinander fern. Diese könnten sich anziehen und gegeneinander stoßen, so dass die Magneten splintern.**
2. **Schalter das Teslameter ab, wenn du es nicht nutzt, um die Batterie zu schonen!**
3. Bitte löse Bauteile 7, 11-14 vorsichtig von der unteren Arbeitsplatte (Bauteil 4) und plaziere dann die obere Arbeitsplatte (Bauteil 3) auf der unteren Arbeitsplatte.
4. Du kannst die drei Schrauben nutzen, um die Höhe und Neigung der oberen Arbeitsplatte anzupassen.

### Konstanten und numerische Werte:

Radius der diametral magnetisierte Magneten	:	$R = 3,2 \text{ mm}$
Länge der diametral magnetisierte Magneten	:	$L = 25,4 \text{ mm}$
Lücke zwischen den Magneten der PDL-Falle	:	$g_M = 1,5 \text{ mm}$
Dichte von Graphit	:	$\rho = 1680 \text{ kg/m}^3$
Graphit-Stab "HB/0.3" Durchmesser	:	$d = 0,38 \text{ mm}$
Graphit-Stab "HB/0.5" Durchmesser	:	$d = 0,56 \text{ mm}$
Graphit-Stab "HB/0.7" Durchmesser	:	$d = 0,70 \text{ mm}$
Graphit-Stab "HB/0.9" Durchmesser	:	$d = 0,90 \text{ mm}$
Raumtemperatur	:	$T = 298 \text{ K}$
Magnetische Feldkonstante (im Vakuum)	:	$\mu_0 = 1,257 \times 10^{-6} \text{ H/m}$
Boltzmann-Konstante	:	$k_B = 1,38064852 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg/s}^2 \text{ K}$
Erdbeschleunigung	:	$g = 9,8 \text{ m/s}^2$

## C. Experiment & Aufgaben

### Teil A. EIGENSCHAFTEN DER PDL-FALLE

#### [1] Bestimmung der Magnetisierung $M$ des Magneten (2,5 Pkt.)

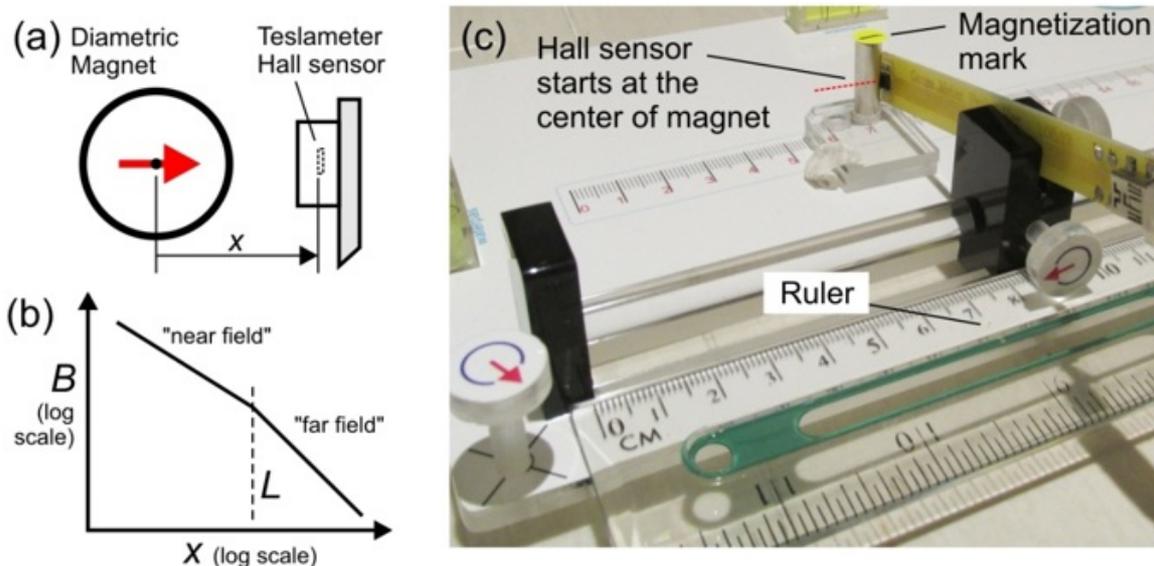


Abbildung 5. (a) Messung des Magnetfeldes. (b) Profil des Magnetfeldes (c) Aufbau.

Die Stärke der magnetischen Falle hängt von dem magnetischen Dipolmoment  $m$  des Magneten ab. Dieses wiederum hängt von der Magnetisierung  $M$  ab, die als magnetisches Dipolmoment pro Volumen definiert ist und eine charakteristische Eigenschaft des verwendeten Magnetmaterials ist. Für den verwendeten zylindrischen Magneten ist:

$$M = \frac{m}{\pi R^2 L}, \quad (1)$$

wobei  $R$  den Radius des Magneten und  $L$  dessen Länge angibt (vergleiche die gegebenen Konstanten und Daten). Der Wert von  $M$  soll für alle Magneten in diesem Experiment als konstant angenommen werden. Im Folgenden sollst du das Profil des Magnetfeldes des Magneten untersuchen und die Magnetisierung  $M$  des diametral magnetisierten Magneten in der PDL-Falle bestimmen.

Benutze den einzelnen diametral magnetisierten Magneten und baue das Experiment wie in Abbildung 5c gezeigt auf. Orientiere die Magnetisierung des Magneten so, dass sie zum Hallsensor, dem Magnetfeldsensor, zeigt (s. Abb. 6a). Miss die Stärke des Magnetfeldes entlang der  $x$ -Achse mit Hilfe des Teslameters. Für die magnetische Flussdichte  $B$  im Nahfeld, d.h. für  $x \leq 16$  mm, bzw. in der "Dipolliniennäherung" gilt näherungsweise:

$$B(x) = \frac{\mu_0 m}{2 \pi x^3 L}. \quad (2)$$

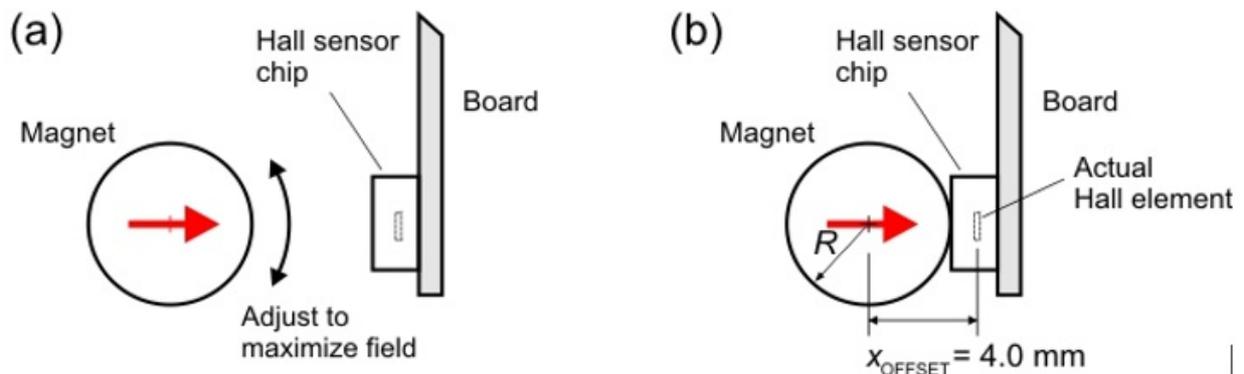
Die  $x$ -Achse verläuft dabei entlang der Magnetisierungsachse des diametral magnetisierten Magneten, wie in Abb. 6a gezeigt und  $x$  gibt den Abstand von dem Mittelpunkt des Magneten zu dem Sensor der

Hallsonde an. Siehe Abb. 6b für eine Erklärung des daraus resultierenden Offsets.

Die folgenden Messungen sollen im Nahfeld des Magneten durchgeführt werden.

<b>A.1</b>	Miss den Nullwert $B_0$ des Teslameters, also den angezeigten Wert ohne Magneten in der Nähe. Dieser Wert muss von allen folgenden Messungen abgezogen werden.	0,1 Pkt.
<b>A.2</b>	Miss das Magnetfeld $B$ als Funktion von $x$ im Nahfeldbereich ( $7 \leq x \leq 16$ mm). Dabei wird die Position $x$ von der Mitte des Magneten gemessen. Schreibe deine Ergebnisse auf und erstelle einen passenden Graphen im Antwortbogen. Beachte die HINWEISE weiter unten.	1,15 Pkt.
<b>A.3</b>	Bestimme mit Hilfe deiner experimentellen Daten den Wert des Exponenten $p$ .	0,75 Pkt.
<b>A.4</b>	Bestimme die Magnetisierung $M$ des Magneten.	0,5 Pkt.

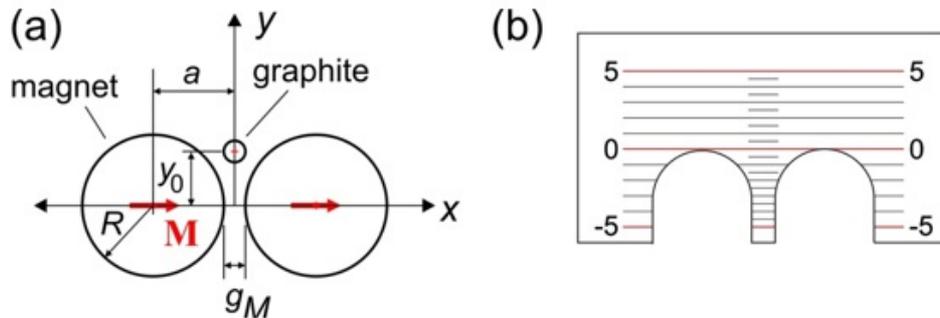
**HINWEISE:**



**Abbildung 6.** Messung des Magnetfeldes (a) Ausrichtung (b) Erläuterung des Offsets

1. **Schalte das Teslameter ab, wenn es nicht benötigt wird, um Batterie zu sparen!**
2. Warte jeweils etwa 2 Sekunden, bevor du die Werte des Teslameters aufnimmst.
3. Beachte, dass  $x$  vom Zentrum des Magneten gemessen wird. Der Radius des Magneten beträgt  $R = 3,2$  mm.
4. Verwende den in Abb. 5c gezeigten Aufbau.
5. Richte den Magneten so aus, dass seine Magnetisierung in Richtung der Hallsonde zeigt und das Feld so maximal wird (vgl. Abb. 6a). Du kannst den gelben Aufkleber verwenden, um die Richtung der Magnetisierung des Magneten anzuzeigen.
6. Wenn die Hallsonde den Magneten berührt, entspricht der Abstand vom Mittelpunkt des Magneten zum Sensor der Hallsonde dem Offsetwert  $x_{\text{OFFSET}} = 4$  mm.
7. Beginne deine Messungen mit der Hallsonde bei  $x = 5$  mm. Wenn die Sonde den Magneten berührt ( $x = 4$  mm), kann der Sensor gesättigt sein oder die Sonde sich durch die Berührung verbiegen.

## [2] Magnetische Levitation und magnetische Suszeptibilität $\chi$ (1 Pkt.)



**Abbildung 7.** (a) Magnetische Levitation in der PDL-Falle. (b) Einschublineal zur Messung der Levitationshöhe  $y_0$ .

In der PDL-Falle lässt sich magnetische Levitation beobachten. Das Graphit schwebt dabei, wie in Abb. 7a gezeigt, in der Mitte der Falls in einer Höhe  $y_0$ . Es wird von dem Magneten mit einer Kraft  $F_M(y_0)$  vom Magneten abgestoßen, die von der magnetischen Suszeptibilität  $\chi$  und der Position  $y_0$  abhängt. Die magnetische Suszeptibilität beschreibt, wie stark ein Material als Antwort auf ein äußeres Feld magnetisiert wird und tritt in der Beziehung  $\mu = (1 + \chi)\mu_0$  auf, wobei  $\mu$  die magnetische Permeabilität des Materials bezeichnet.

Für die abstoßende magnetische Kraft auf den Graphitstab in der PDL-Falle gilt:

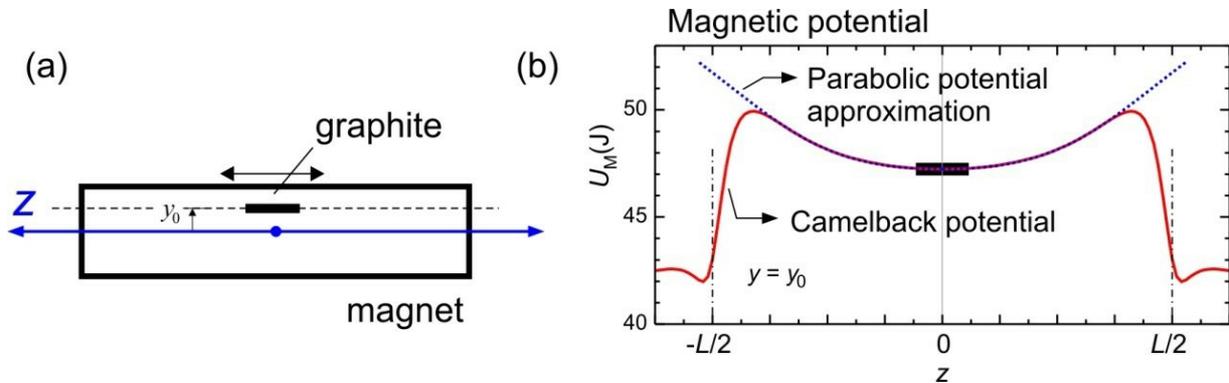
$$F_M(y_0) = -\frac{\mu_0 M^2 \chi V_r}{2} \frac{R^4}{a^5} f\left(\frac{y_0}{a}\right). \quad (3)$$

Beachte, dass  $F_M(y_0)$  positiv ist, wenn die Kraft nach oben zeigt. Beachte außerdem das negative Vorzeichen in der gegebenen Formel. In dieser bezeichnen  $V_r$  das Volumen des Graphitstabes und  $M$  die Magnetisierung des Magneten, die du in Aufgabe A.4 bestimmt hast.  $a$  bezeichnet die  $x$ -Koordinate des Mittelpunktes zwischen den beiden Magneten und ist gegeben durch  $a = R + g_M/2$  (vgl. Abb. 7a), wobei  $g_M = 1,5$  mm die Lücke zwischen den Magneten angibt.  $f(u)$  ist eine dimensionslose Funktion für die magnetische Abstoßung in dieser Falls und gegeben durch:

$$f(u) = \frac{4u(3-u^2)(1-u^2)}{(1+u^2)^5} \quad (4)$$

A.5	Platziere vorsichtig einen Graphitstab des Typs HB/0.5 und einer Länge von 8 mm in der Falle. Miss die Höhe $y_0$ in der der Stab schwebt (vgl. Abb. 7a). Hinweis: Verwende das gegebene Einschublineal (Abb. 7b). Drücke dazu das Lineal auf die Magneten, um die Position des Graphitstabs abzulesen.	0,1 Pkt.
A.6	Verwende das Ergebnis aus Aufgabe A.5, um die magnetische Suszeptibilität $\chi$ des Graphitstabes zu bestimmen.	0,8 Pkt.
A.7	Um welche Art von magnetischem Material handelt es sich bei Graphit? Entscheide dich für eine der Möglichkeiten: (i) Ferromagnetisch; (ii) Paramagnetisch; oder (iii) Diamagnetisch?	0,1 Pkt.

### [3] Schwingung im Kamelhöckerpotential und magnetische Suszeptibilität $\chi$ (1 Pkt)



**Abbildung 8.** (a) Schwingung von Graphit in der Höhe  $y_0$ . (b) Das Kamelhöckerpotential der PDL-Falle und dessen parabolische Näherung.

In diesem Aufgabenteil sollst du  $\chi$  unabhängig durch Untersuchung der Schwingung im "Kamelhöckerpotential" der PDL-Falle, wie in Abb. 8 gezeigt, bestimmen. Für kleine Amplituden ( $z < 4$  mm) ist das magnetische Potential näherungsweise parabolisch (in Abb. 8b als gestrichelte Kurve dargestellt).

$$U_M = \frac{1}{2} k_z z^2 . \quad (5)$$

Dabei geben  $k_z$  die "Feder"konstante des Potentials und  $z$  die Auslenkung des Massenmittelpunktes des Stabes an. Die Federkonstante  $k_z$  hängt von der Magnetisierung  $M$  der Magneten (s. Aufgabenteil 1) und  $\chi$  ab und es gilt:

$$k_z = -C_1 \mu_0 \chi M^2 V_r , \quad (6)$$

wobei  $\mu_0$  die Vakuump permeabilität und  $V_r$  das Volumen des Graphitstabes angeben.  $C_1 = 198,6 \text{ m}^{-2}$  ist eine Konstante dieses spezifischen Fallenaufbaus.

Positioniere den Graphitstab in der Mitte der magnetischen Falle. Verwende die Schrauben, um die Arbeitsplatte so auszurichten, dass der Stab in der Mitte der Falle bleibt. Lenke den Stab mit dem Zahnstocher aus, um in Schwingungen entlang des Kamelhöckerpotentials anzuregen.

<b>A.8</b>	Betrachte die Schwingung eines "HB/0.5" Graphitstabes einer Länge von $l = 8$ mm. Beschränke dich auch kleine Amplituden, also $A < 4$ mm. Bestimme die Schwingungsperiode. Vernachlässige dabei die Dämpfung der Schwingung.	0,2 Pkt.
<b>A.9</b>	Berechne die magnetische Suszeptibilität $\chi$ von Graphit mit Hilfe dieser Schwingungsmethode.	0,8 Pkt.

## [4] Oszillatorgütefaktor $Q$ und Abschätzung der Viskosität von Luft (3 Pkt.)

Die Schwingung des Graphitstabes in der Falle ist aufgrund von Luftreibung gedämpft. Du sollst nun untersuchen, wie diese Reibung von den Abmessungen des Graphitstabes abhängt und die Viskosität  $\mu_A$  von Luft abschätzen. Die Bewegung des Stabes kann als schwach gedämpfte Schwingung modelliert werden mit  $z(t) = A e^{-t/\tau} \sin(\omega t)$  wie in Abb. 3a gezeigt. Dabei sind  $A$  die anfängliche Amplitude,  $\omega = 2\pi f$  die Winkelfrequenz und  $t$  die Zeit. Die Amplitude nimmt mit der Zeit mit  $\exp(-t/\tau)$  ab, wobei  $\tau$  die Dämpfungszeitkonstante ist. Diese bestimmt den "Oszillatorgütefaktor"  $Q := \omega \tau/2$ . Für  $Q > 0,5$  ist die Schwingung schwach gedämpft, für  $Q = 0,5$  ist sie kritisch gedämpft und für  $Q < 0,5$  liegt eine überkritische Dämpfung vor (Kriechfall). *Der Oszillatorgütefaktor ist für die Nutzung einer PDL-Falle als Seismograph oder Neigungsmesser wichtig.*

Die Dämpfungszeitkonstante  $\tau$  kann näherungsweise bestimmt werden, indem die zylindrischen Stäbe als lange Ellipsoide angenommen werden auf die eine stokesche Reibungskraft wirkt. Dann ist die Dämpfungszeitkonstante gegeben durch:

$$\tau = \frac{2}{3} \frac{\rho r^2}{\mu_A} \ln\left(0,607 \times \frac{l}{r}\right), \quad (7)$$

wobei  $\rho$ ,  $r$  und  $l$  die Massendichte, den Radius bzw. die Länge des Graphitstabes angeben und  $\mu_A$  die Viskosität der Luft bezeichnet. Letztere soll mit Hilfe dieses Modells bestimmt werden.

<b>A.10</b>	Dazu musst du die Dämpfungszeitkonstante $\tau$ der Schwingung bestimmen. Skizziere, wie du $\tau$ auf <i>möglichst einfache</i> Art messen kannst.	0,5 Pkt.
<b>A.11</b>	Untersuche die Schwingungsdämpfung für Stäbe mit verschiedenen Durchmessern aber einer festen Länge von 8 mm. Miss die Dämpfungszeitkonstante $\tau$ für jeden der Stäbe.	1,5 Pkt.
<b>A.12</b>	Bestimme die Viskosität $\mu_A$ von Luft.	1.0 pt.

## TEIL B. ANWENDUNGEN ALS SENSOR

### [5] PDL-Falle als Seismograph (0,5 Pkt.)

Wenn man eine PDL-Falle als Seismograph verwenden möchte, ist eine hohe Sensitivität oder möglichst tiefe "Beschleunigungsschwelle" erwünscht. Letztere gibt die niedrigste noch von dem Gerät messbare Beschleunigung an. Diese Beschleunigungsschwelle ist in Einheiten von  $m/(s^2 Hz^{0.5})$  gegeben durch:

$$a_n = \sqrt{\frac{4 k_B T \omega}{Q m_R}}, \quad (8)$$

wobei  $k_B$  die Boltzmann-Konstante,  $T$  die Temperatur (s. Konstanten und numerische Werte) und  $m_R$  die Masse des Stabes angeben (jeweils in SI-Einheiten). In Aufgabenteil 4 hast du  $\tau$  für verschiedene Stabdurchmesser bestimmt. Wähle den Durchmesser aus, der Deiner Meinung nach am ehesten für einen Seismographen geeignet ist.

<b>B.1</b>	Welchen Durchmesser hast du gewählt?	0,2 Pkt.
<b>B.2</b>	Berechne die Beschleunigungsschwelle $a_n$ eines Seismographen mit dem von dir gewählten Stab.	0,3 Pkt.

### [6] PDL-Falle als Neigungsmesser (2 Pkt.)

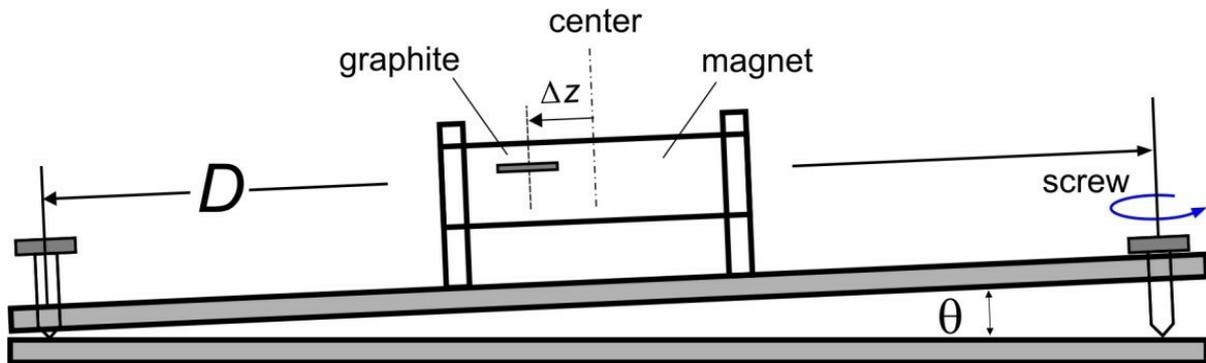


Abbildung 9. PDL-Fallensystem als Neigungsmesser.

Eine PDL-Falle kann auch als sehr sensibler Neigungsmesser zur Beobachtung von Vulkanen verwendet werden. Die Änderung der Neigung des Bodens soll hier durch das Drehen der Justierschraube simuliert werden. Du sollst die Umlaufhöhe  $S$  der Schraube bestimmen, also ihre Höhenänderung pro Umdrehung. Durch eine Messung der Verschiebung des Graphitstabes kann die Neigung sehr präzise bestimmt werden.

Verwende für dieses Experiment die Graphitmine vom Typ HB/0.5 und einer Länge von  $l = 8$  mm. Beginne mit der Mine im Zentrum der Falle. Nimm wie in Aufgabenteil 3 an, dass das Kamelhöckerpotential näherungsweise als harmonisches Potential betrachtet werden kann.

<b>B.3</b>	Leite theoretisch einen Ausdruck für die Verschiebung $\Delta z$ in Abhängigkeit von der Umlaufhöhe $S$ und der Anzahl $N$ der Schraubendrehungen her.	0,5 Pkt.
<b>B.4</b>	Bestimme durch langsames Drehen der Schraube die Verschiebung $\Delta z$ des Stabes Als Funktion der Anzahl der Drehungen $N$ . Bestimme daraus die Umlaufhöhe $S$ .	1,25 Pkt.
<b>B.5</b>	Zum besseren Ablesen sollte der Stab bei Änderung der Boden­neigung möglichst schnell eine Gleichgewichtsposition einnehmen und nicht sehr lange schwingen. Wie groß ist folglich der ideale Oszillatorgütefaktor $Q$ eines Neigungsmessers?	0,25 Pkt.