

Bestimmung des Brechungsindexgradienten und des Diffusionskoeffizienten einer Salzlösung mittels Brechung von Laserlicht

I. Einleitung

Diffusion beschreibt den aus der stochastischen Bewegung einzelner Atome oder Moleküle resultierenden Prozess, mit dem ein System einem thermodynamischen Gleichgewicht entgegenstrebt. Wenn ein Behälter zum Beispiel Wasser und Salzlösung enthält, gibt es einen Diffusionsstrom der Salzmoleküle aus Regionen höherer Salzkonzentration in Regionen mit geringerer Salzkonzentration. Die Diffusionsrate wird durch den so genannten Diffusionskoeffizienten D charakterisiert. Diffusion spielt von der Biochemie bis zur Astrophysik eine wichtige Rolle in vielen Prozessen.

In dieser Aufgabe wird die Diffusion von Salzmolekülen untersucht. Die Salzmoleküle bewegen sich aus der Salzlösung in die Region mit destilliertem Wasser und erzeugen so eine Übergangsschicht, in der sich der Brechungsindex ändert. Der Brechungsindex einer Lösung hängt von ihrer Salzkonzentration ab, so dass der Diffusionsprozess optisch mit Hilfe der Brechung von Laserstrahlen untersucht werden kann.

II. Aufgaben

1. Bestimmung der Diffusionskoeffizienten von Salzlösungen in Wasser durch Messung des Gradienten des Brechungsindex.
2. Bestimmung der Änderung der Diffusionskonstante in Abhängigkeit von der Konzentration der Salzlösung.

III. Geräte und Materialien

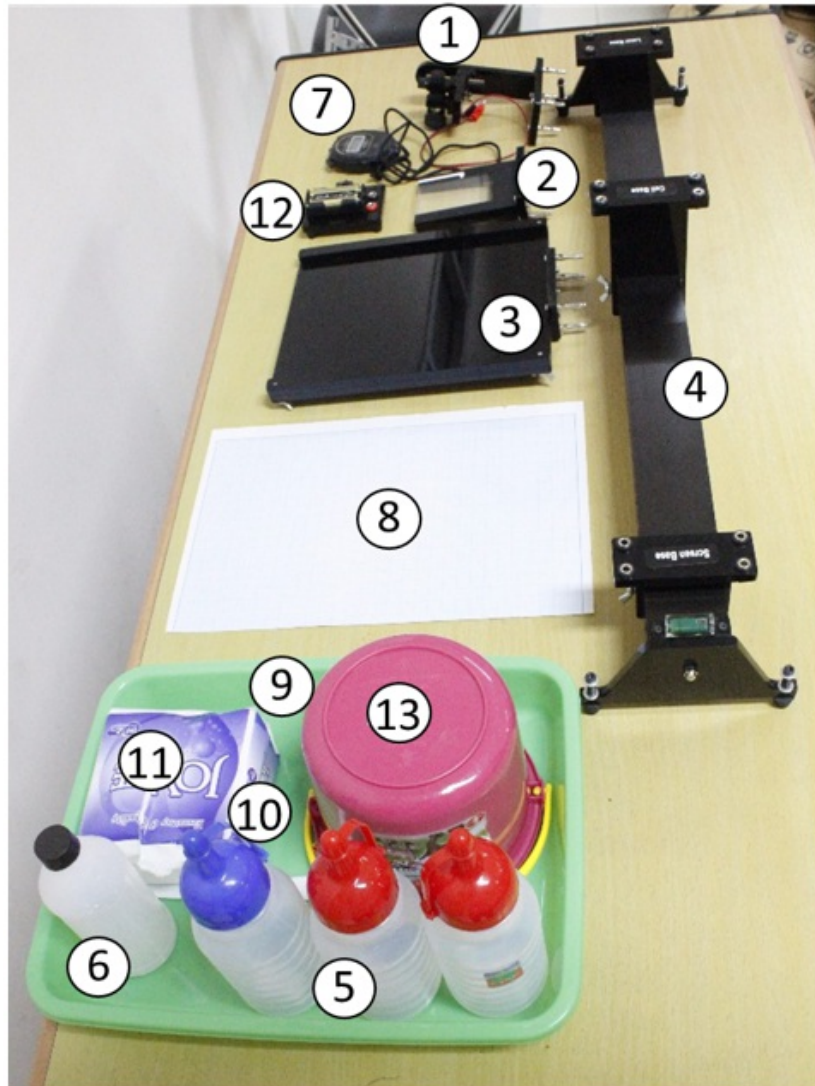


Abbildung 1. Geräte und Materialien für das Experiment.

1. Linienlichtquelle
(Diodenlaser mit $\lambda = 632 \text{ nm}$ und Zylinderlinse)
2. Diffusionszelle (6,5 cm x 0,8 cm x 6,5 cm) auf Halter
3. Schirm auf Halter
4. Optische Bank mit Längenskala
5. Salzwasserlösungen
6. Destiliertes Wasser (*Aquadest*)
7. Stoppuhr
8. Millimeterpapier
9. Tropfpipette

10. Plastikmesser
(mit Taschentuch umwickelt, zum Reinigen zu verwenden)
11. Taschentücher
12. Batterien
13. Eimer als Abfallbehälter für (Salz-)Wasser

Abbildung 2 zeigt den schematischen Aufbau des Experimentes.

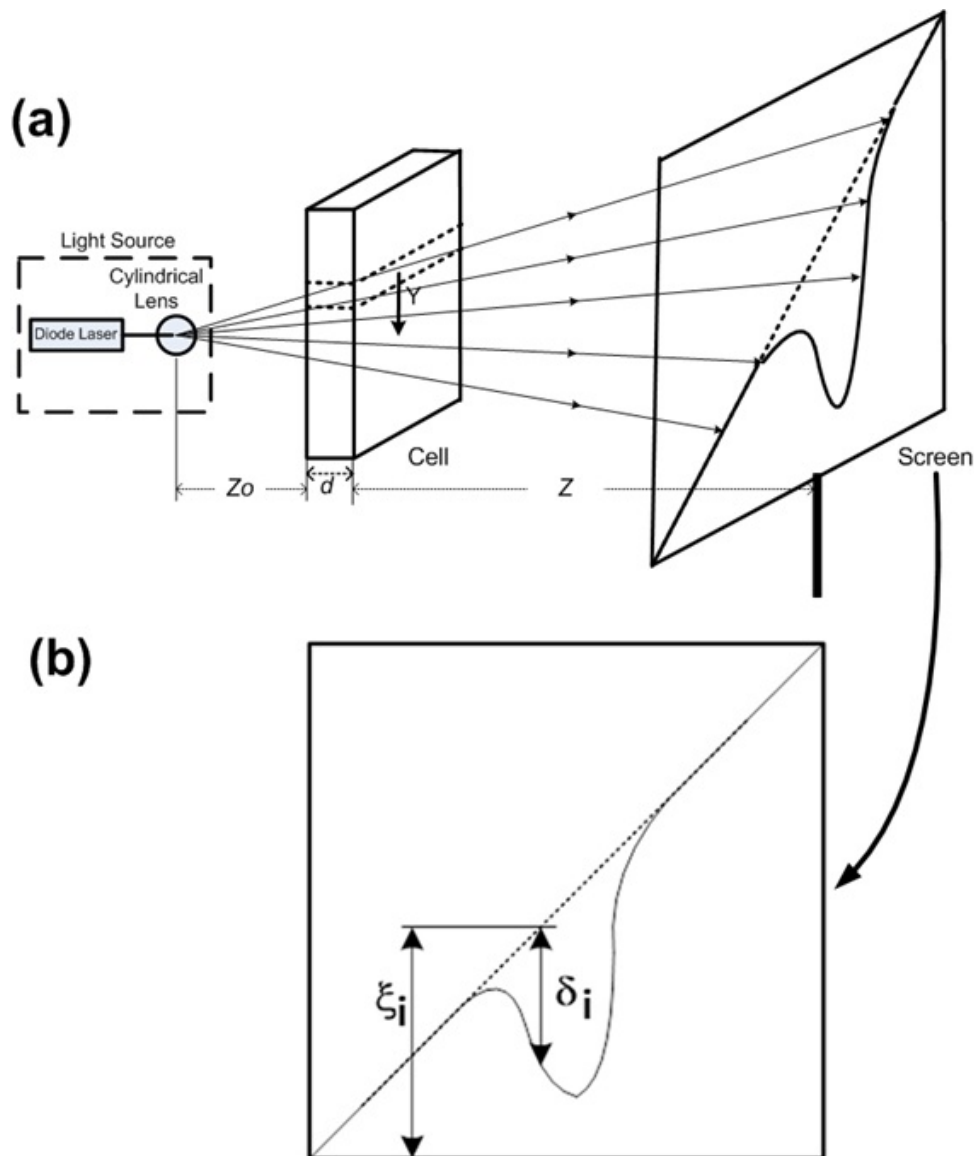


Abbildung 2. (a) Schematischer Aufbau des Experimentes. **In der Zelle befindet sich eine Salzlösung mit destilliertem Wasser darüber. (b)** Typisches Brechungsbild auf dem Schirm, das von dem durch die Diffusion zwischen zwei Lösungen gebrochenen Laserstrahl erzeugt wird.

Um den Brechungsindexgradienten als Funktion der vertikalen Position in der Flüssigkeit zu bestimmen, muss die vertikale Position ξ auf dem Schirm mit der vertikalen Höhe Y in der Zelle in Beziehung gebracht werden. Außerdem muss die vertikale Ablenkung δ mit dem Gradienten dn/dY des Brechungsindex in Verbindung gebracht werden.

Aus der in Abbildung 2 dargestellten Geometrie ergibt sich

$$Y_i = \frac{\xi_i Z_0}{Z_0 + d + Z}, \quad (1)$$

wobei Z_0 , Z und d , wie in Abbildung 2(a) gezeigt, den Abstand zwischen der Lichtquelle und der Diffusionszelle, den Abstand zwischen der Diffusionszelle und dem Schirm sowie die Dicke der Diffusionszelle angeben. **Die zur Messung von Z_0 notwendige Position der zylindrischen Linse ist auf dem Lasermodul mit einer Linie markiert.**

Sowohl die Dicke d der Diffusionszelle als auch der Gradient des Brechungsindex sind klein genug, um anzunehmen, dass die Brechung nur zu einer vernachlässigbar kleinen vertikalen Verschiebung eines Lichtstrahls in der Zelle führt. Damit bewegt sich jeder Lichtstrahl auf annähernd derselben vertikalen Höhe innerhalb der Zelle und wird nur durch zu dieser Höhe gehörigen Brechungsindexgradienten gebrochen.

Es kann gezeigt werden, dass die folgende Beziehung gilt:

$$\left(\frac{dn}{dy} \right)_i = \frac{\delta_i}{Zd} \quad (2)$$

Hinweise zum Experimentieren:

- Um die gebrochene Laserlinie, wie in Abbildung 2 gezeigt, auf dem Schirm darzustellen, müssen die Komponenten aus Abbildung 1 gemäß Abbildung 2 (a) aufgebaut werden.
- Stelle sicher, dass der Laser eingeschaltet ist und eine diagonale Linie auf dem Schirm erzeugt, wenn er senkrecht auf die Diffusionszelle strahlt. Du kannst Z , Z_0 und den Fokus des Lasers (durch Drehen des hinteren Ende des Lasers) variieren, um eine helle und fokussierte Linie zu erhalten. Außerdem kannst du die Orientierung der diagonalen Linie durch Drehen des gesamten Lasermoduls verändern, indem du den gesamten Laser drehst. Löse dazu zunächst die Schraube oben am Lasermodul. Ohne Wasser oder Salzlösung in der Zelle ist eine gerade diagonale Linie zu sehen.
- Während die beiden unterschiedlichen Lösungen sich durch Diffusion vermischen, entsteht eine gebrochene Laserlinie. Fülle zunächst die Salzlösung bis zur weißen Markierung in die Diffusionszelle. Füge anschließend vorsichtig mit der Tropfpipette etwa 40 Tropfen destilliertes Wasser hinzu und starte dann die Stoppuhr, um die Zeit für den Diffusionsprozess zu messen. Wenn die Parameter Z , Z_0 und die Höhe des Lasers gut eingestellt sind, sollte die gebrochene Laserlinie auf dem Schirm scharf und zentriert sein. Außerdem sollte das lokale Minimum der Linie so tief wie möglich sein. Um den Fehler deiner Messungen klein zu halten, solltest du dich bemühen, diese optimalen Einstellungen zu finden.
- Warte nach dem Beginn des Diffusionsprozesses 30 Minuten ab und zeichne dann die gebrochene Laserlinie auf ein Blatt Millimeterpapier, das du an dem Schirm befestigst, mit Bleistift nach. Diese Messung soll für insgesamt drei verschiedene Salzkonzentrationen ($C_0 = 23 \text{ g/150 mL}$, $C_0 = 28 \text{ g/150 mL}$ und $C_0 = 33 \text{ g/150 mL}$) durchgeführt werden, so dass das Millimeterpapier zwischenzeitlich ausgetauscht werden muss. Das Millimeterpapier kann mit Hilfe der Leisten an dem Schirm befestigt werden, die durch die Schrauben an dessen Ecken fixiert werden.

- Achte darauf, deinen Schülercode und die Konzentration der Salzlösung auf jedes Blatt Millimeterpapier zu schreiben.

IV. Experimente und Aufgaben

A: Messung des Brechungsindex-Gradienten einer Salzlösung (4,5 Punkte)

A.1	Führe das Experiment durch um die abgelenkt Laserlinie auf dem dem Schirm zu erhalten. Nachdem die Lösung $t = 30$ Minuten lang diffundiert hat, zeichne die Linie mit einem Bleistift auf Millimeterpapier, welches du an dem Schirm angeheftet hast.	1,2 Pkt.
A.2	Messe Z, d, Z_0, ξ_i und δ_i (wobei $i = 1, \dots, 20$ die verschiedenen Messwerte sind) von der Laserlinie auf dem Millimeterpapier. Die Parameter Z, d, Z_0, ξ_i und δ_i sollten dabei in Zentimeter (cm) angegeben werden. Beachte, dass Z, d und Z_0 für alle Messwerte gleich sind. Notiere die Ergebnisse in Tabelle 1.	1,5 Pkt.
A.3	Berechne Y_i und $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ (wobei $i = 1, \dots, 20$ die Messwerte sind). Beachte, dass Z, d und Z_0 für alle Messwerte gleich sind. Notiere die Ergebnisse in Tabelle 2 und zeichne einen Graphen $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ vs. Y_i .	1,5 Pkt.
A.4	Bestimme das Y_i , bei dem das in Teilaufgabe A.3 berechnet $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ maximal ist. Im Folgenden wird dieses Y_i als h bezeichnet.	0,3 Pkt.

B: Bestimmung des Diffusionskoeffizienten (4,2 Punkte)

Die Kurven aus Aufgabe A.3 können mit den folgenden Gleichungen gefiltert werden:

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \left(\frac{dn}{dc}\right) \left(\frac{dc}{dY}\right)_i \quad (3)$$

$$\left(\frac{dc}{dY}\right)_i \approx \frac{C_0}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{(h-Y_i)^2}{4Dt}} \quad (4)$$

wobei C_0 die anfängliche Salzkonzentration, D der Diffusionskoeffizient, t die Dauer der Diffusion und h der Y_i Wert, bei dem der Gradienten des Brechungsindex-Gradienten (dn/dY) maximal ist, bezeichnen. Der Diffusionskoeffizient kann mit den Gleichungen (3) and (4) bestimmt werden, indem ein linearer Zusammenhang zwischen Größen, die nur aus $(dn/dY)_i$ bzw. Y_i berechnet werden, gebildet wird.

B.1	Ausgehend von den Gleichungen (3) und (4), finde Funktionen $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ und $g(Y)$, so dass du einen linearen Zusammenhang zwischen $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ und $g(Y)$ erhältst.	0,9 Pkt.
B.2	Erstelle eine Tabelle (Tabelle 3 auf dem Antwortbogen), welche die Werte aller Datenpunkte aus Teilaufgabe A.3 auf die Achsen der linearen Gleichung von Teilaufgabe B.1 umrechnet. Beschränke dich auf die besten Werte (mindestens 10) und erstelle einen Graphen für diese Daten.	1,8 Pkt.
B.3	Bestimme den Diffusionskoeffizienten D aus dem Graphen, den du für Teilaufgabe B.2 angefertigt hast.	1,5 Pkt.

C. Bestimmung der Änderung des Diffusionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Konzentration der Salzlösung (1,3 Punkte)

C.1	Erstelle einen Graphen des Diffusionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Konzentration der Salzlösung (in g/mL). Verwende eine Ausgleichsgerade, um die Änderungsrate des Diffusionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Konzentration der Salzlösung zu bestimmen.	1,3 Pkt.
------------	--	----------