

Beugung an einer Helixstruktur

(Maximalpunktzahl: 10)

Einführung

Rosalind Franklins Röntgenbeugungsbild einer DNA (Abb. 1), berühmt unter dem Namen „Photo 51“, wurde zur Grundlage der Entdeckung der Doppelhelixstruktur der DNA durch Watson und Crick im Jahr 1952.

Mit dem vorliegenden Experiment soll die Beugung an einer Doppelhelixstruktur durch ein Analogexperiment mit sichtbarem Licht veranschaulicht werden.

Aufgabe

Bestimmung geometrischer Parameter einer Helixstruktur mittels Beugung.

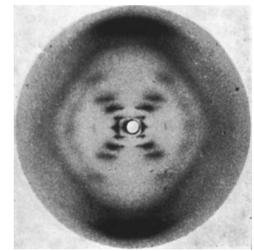


Abbildung 1: Photo 51

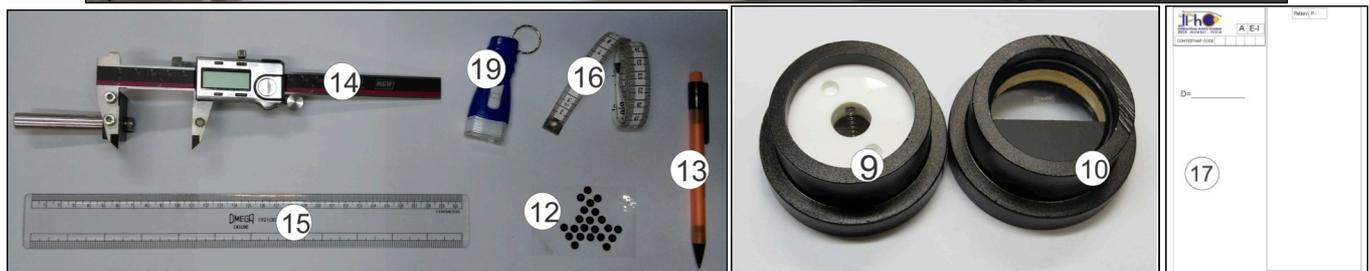
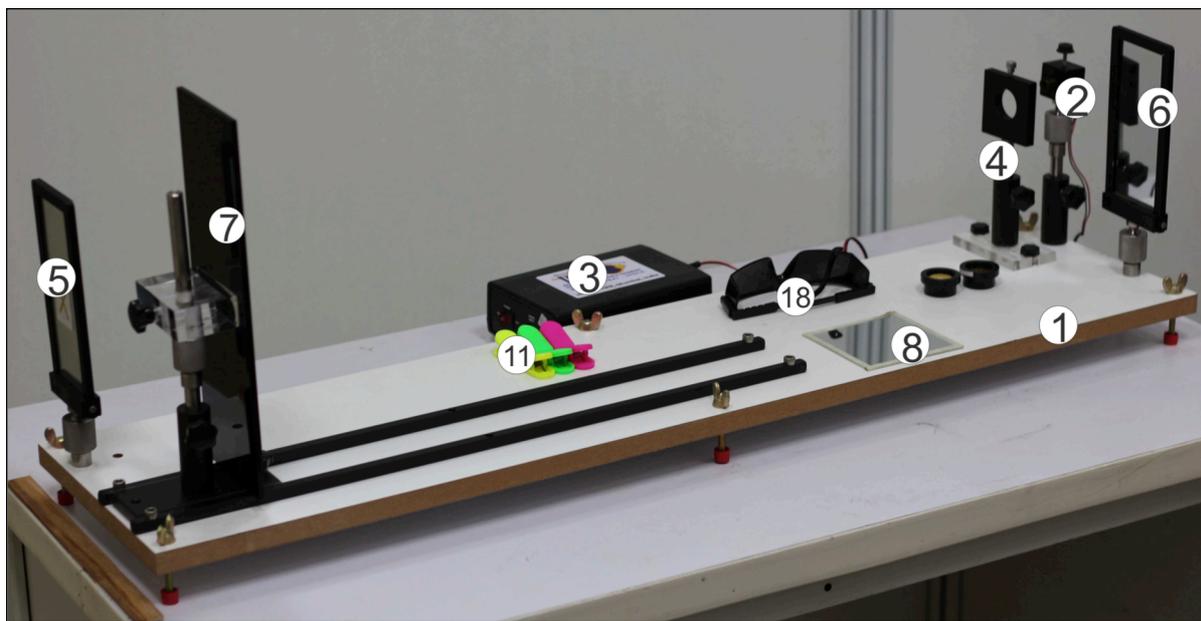


Abbildung 2: Aufbau zum Experiment E-I

Geräte und Materialien

[1]	Hölzerne Grundplatte	[11]	Plastikklammern
[2]	Laser mit Halterung und Stativ	[12]	Kreisförmige schwarze Aufkleber
[3]	Gleichspannungsquelle (DC) für den Laser	[13]	Druckbleistift
[4]	Probenhalter mit Stativ	[14]	Digitaler Messschieber mit Halterung
[5]	Linker Spiegel (oberflächenbeschichtet)	[15]	Plastiklineal (30 cm)
[6]	Rechter Spiegel (oberflächenbeschichtet)	[16]	Maßband (1,5 m)
[7]	Schirm (10 cm x 30 cm) mit Halterung und Stativ	[17]	Markierungsbögen zur Markierung der Beugungsbilder
[8]	Handspiegel (10 cm x 10 cm)	[18]	Laserschutzbrille
[9]	Probe I (helikale Feder)	[19]	Taschenlampe (mit Batterien)
[10]	Probe II (Struktur ähnlich einer Doppelhelix; auf Glas gedruckt)		

Hinweis: Geräte [1], [3], [14], [15], [16] und [18] werden auch im Experiment E-II benutzt.

Beschreibung des Aufbaus

Hölzerne Grundplatte [1]: Auf der Platte sind ein Paar führender Schienen, ein Laser, zwei Spiegel, der Schirm und die Probenhalterung befestigt.

Laser mit Halterung und Stativ [2]: Ein Laser der Wellenlänge $\lambda = 635 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) ist in einer Metallhalterung auf dem Stativ montiert. Dieses ist auf ein Kugelgelenk gesetzt ([20] in Abb. 3), welches Anpassung in x-,y- und z-Richtung erlaubt. Der Laserstrahl kann fokussiert werden, indem man die Linsenkappe des Lasers dreht (roter Pfeil in Abb. 3). Dadurch kann das Beugungsbild klar und scharf eingestellt werden.

Gleichspannungsquelle (DC) als Netzgerät für den Laser [3]: Mit dem Schalter an der Vorderseite kann man die Intensität hoch oder niedrig einstellen (*high/low*). Weiterhin hat es einen Anschluss für den Laser und drei USB Schnittstellen. Auf der Rückseite gibt es einen An/Aus-Schalter und den Hauptstromanschluss (kleine Ansicht in Abb. 4).



Abbildung 3: Laser und Probenhalter. Laser montiert auf Kugelgelenk [20].



Abbildung 5: Linker Spiegel und Schirm.



Abbildung 4: Gleichstromspannungsquelle für Laser

Probenhalter mit Stativ [4]: Nutze die obere Stellschraube (Abb. 3), um die Proben im Probenhalter zu fixieren. Der Probenhalter kann horizontal sowie vertikal verstellt und rotiert werden.

Linker Spiegel [5]: Dieser Spiegel ist auf der Grundplatte befestigt (Abb. 5). Benutze nicht die mit „X“ markierte Seite.

Rechter Spiegel [6]: Dieser Spiegel steht auf der Grundplatte und kann bewegt werden (er wird in Experiment E-II entfernt). Benutze nicht die mit „X“ markierte Seite.

Schirm mit Halterung [7]: Der Schirm ist auf einem Kugelgelenk festgemacht. Das Stativ ermöglicht die Justierung in alle Richtungen (Abb. 5). Der Schirm kann wie in Abb. 2 oder wie in Abb. 6 fixiert werden. Je nach Versuch ist dies anzupassen.

Probe I [9]: Eine (helixförmige) Feder auf einer kreisförmigen Halterung, fixiert mit weißen Acrylplatten.

Probe II [10]: Struktur ähnlich einer Doppelhelix, die auf Glas gedruckt ist.

Digitaler Messschieber mit Halterung [14]: Der digitale Messschieber ist auf einer Halterung montiert (der Halter wird in Experiment E-II benötigt). Dieser hat einen An/Aus-Schalter, einen Schalter zur Nullsetzung des Lesers, einen mm/inch-Wähler (bleibe hier bei mm), eine Feststellschraube und eine Rolle, um den rechten Schlitten zu bewegen. Der digitale Messschieber kann genutzt werden, um Messungen auf den Markierungsbögen durchzuführen.



Abbildung 6: Im Vergleich zu Abb. 2 veränderte Stellung des Schirms

Markierungsbögen [17]: Die beigefügten Markierungsbögen können in der Hälfte gefaltet werden. Dann können diese mit den Plastikklammern am Schirm befestigt werden. Stelle sicher, dass Du die Beugungsbilder innerhalb des Rechtecks auf dem Markierungsbogen markierst.

Theoretische Betrachtung

Ein Laserstrahl mit einer Wellenlänge λ , der senkrecht auf einen zylindrischen Draht mit Durchmesser a trifft, wird senkrecht zum Draht gebeugt. Abbildung 7 zeigt die dabei entstehende Intensitätsverteilung auf einem Schirm.

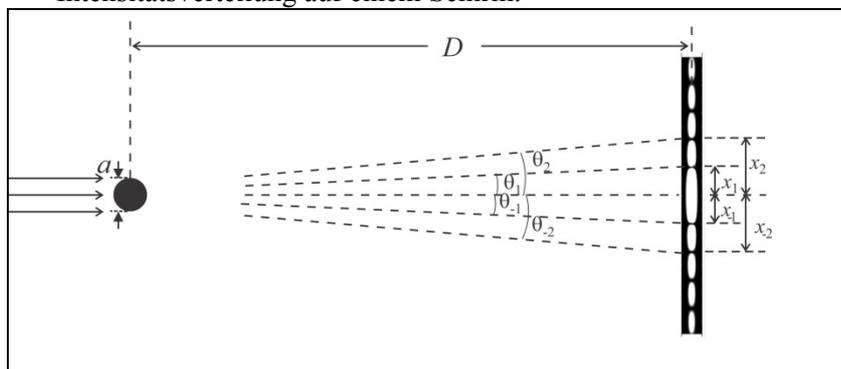


Abbildung 7: Schematische Darstellung des Beugungsbildes aufgrund eines einzelnen zylindrischen Drahtes mit Durchmesser a .

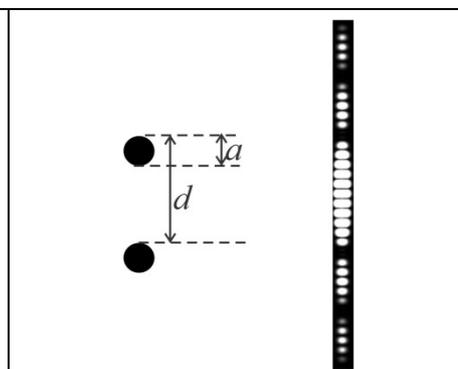


Abbildung 8: Schematische Darstellung des Beugungsbildes zweier zylindrischer Drähte.

Für die Intensitätsverteilung als Funktion des Winkels θ zur Einfallsrichtung des Laserstrahls gilt

$$I(\theta) = I(0) \left[\frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2 \quad \text{wobei } \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

Das Hauptmaximum in der Mitte erscheint hell. Die Intensität wird Null für Winkel, bei denen $\sin \beta$ ($\beta \neq 0$) Null ist. Das n -te Minimum der Intensitätsverteilung findet sich damit bei Winkeln θ_n mit

$$\sin \theta_n = \pm n \frac{\lambda}{a} \quad n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$$

Das Vorzeichen \pm bezieht sich auf die beiden Seiten des Hauptmaximums bei $\theta = 0$.

Das Beugungsbild, das von zwei identischen, parallelen Drähten in einem Abstand d voneinander hervorgerufen wird (vgl. Abb. 8), ist eine Kombination der Beugungsbilder einzelner Drähte und der Interferenz aufgrund der beiden Drähte. Die resultierende Intensitätsverteilung gehorcht

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \delta \left[\frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2$$

mit $\delta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$ und $\beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$.

Auf einem Schirm, der in großer Entfernung D von dem Draht aufgestellt wird, befinden sich die Minima aufgrund der Beugung an den Positionen $x_{\pm n} = \pm n \frac{\lambda D}{a}$ und die von der Interferenz hervorgerufenen bei $x_{\pm m} = \pm \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a}$ (mit $m, n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$). Bei einer Anordnung aus vier identischen Drähten (vgl. Abb. 9), ergibt sich die Intensitätsverteilung als Kombination der Beugung an jedem Draht und Interferenz hervorgerufen durch die beiden Drahtpaare. Sie hängt daher von a , d and s ab und entspricht der Kombination von drei verschiedenen Intensitätsmustern.

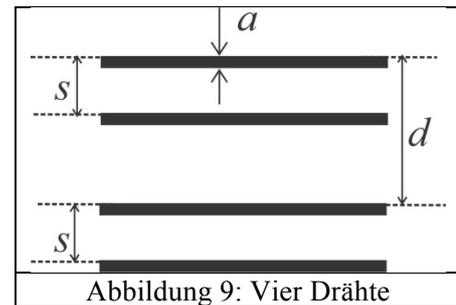


Abbildung 9: Vier Drähte

Anfängliche Justierung

1. Schalte den Laser an und justiere die beiden Spiegel so, dass der reflektierte Strahl auf dem Schirm zu sehen ist.
2. Justiere den Laser auf der Halterung und die Spiegel so, dass der Laserstrahl parallel zur hölzernen Grundplatte verläuft. Verwende zur Überprüfung das Lineal.
3. Stelle sicher, dass der Laser etwa in der Mitte des Schirmes auftrifft.
4. Schalte den Laser aus. Klemme den Bogen zum Markieren der Beugungsmuster am Schirm fest.
5. Befestige den Handspiegel mit Hilfe der Plastikkammern an dem Schirm und schalte den Laser erneut an.
6. Justiere den Schirm so, dass der Laser entlang des gleichen Weges wieder zurück zum Laser reflektiert wird. Entferne den Spiegel nach dieser Justierung.
7. Du kannst das Licht in Deiner Kabine nach Bedarf ein- und ausschalten.

Experiment

Teil A: Bestimmung der Geometrie einer helikalen Feder

Probe I ist eine helikale Feder, mit Radius R und Steigung P pro Umlauf, die aus einem Draht mit gleichmäßiger Dicke a_1 hergestellt ist (vgl. Abb. 10(a)). Bei Betrachtung aus einer Richtung senkrecht zur Zylinderachse (senkrechte Betrachtung) entspricht die Projektion der Feder zwei Sätzen paralleler Drähte gleichen Durchmessers, die jeweils einen Abstand d_1 voneinander besitzen. Der Winkel zwischen den Drähten beträgt $2\alpha_1$ (vgl. Abb 10(b)).

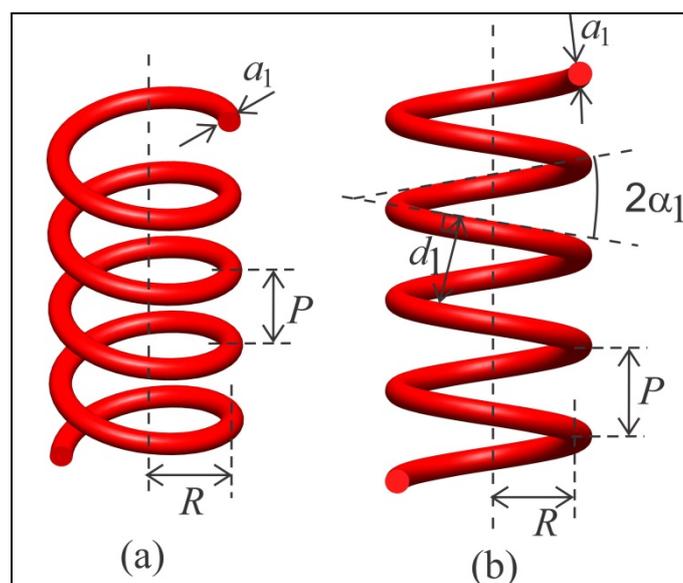


Abbildung 10: (a) Typischer Blick auf eine helikale Feder (b) Skizze für senkrechte Betrachtung.

- Befestige die Probe I in dem Probenhalter so, dass die Feder senkrecht steht.
- Erzeuge ein klar erkennbares und scharfes X-förmiges Beugungsbild auf dem Markierungsbogen.

- Dazu kannst Du die folgenden Einstellungen verändern
 - Fokus des Laserstrahls (Kappe des Lasers drehen)
 - Orientierung des Strahls (Drehen des Lasers so, dass nur zwei Windungen der Feder beleuchtet sind)
 - Intensität des Lasers (Einstellung *high/low* an der Spannungsquelle)
 - Umgebungslicht (An- oder Ausschalten des Lichtes in der Kabine)

Falls das zentrale Hauptmaximum sehr hell erscheint, kannst Du es mit einem der runden, schwarzen Aufkleber abkleben, um Streulicht zu reduzieren.

Aufgabe	Beschreibung	Pkt
A1	Markiere auf dem Markierungsbogen mit Hilfe des Druckbleistiftes [13] auf beiden Seiten des Hauptmaximums die entsprechenden Positionen der Intensitätsminima zur Bestimmung von a_1 und d_1 . Beschrifte die Markierungsbögen mit P-1, P-2, ...	0,7
A2	Miss die zur Bestimmung von a_1 benötigten Abstände mit dem Messschieber und trage sie in Tabelle A1 ein.	0,5
A3	Zeichne einen passenden Graphen und bestimme aus dessen Steigung den Wert von a_1 . Beschrifte den Graphen mit Graph A1.	0,7
A4	Miss die zur Bestimmung von d_1 benötigten Abstände und trage sie in Tabelle A2 ein.	0,8
A5	Zeichne einen passenden Graphen und bestimme aus dessen Steigung den Wert von d_1 . Beschrifte den Graphen mit Graph A2.	0,6
A6	Bestimme den Winkel α_1 mithilfe des X-förmigen Beugungsbildes.	0,2
A7	Drücke P durch d_1 sowie α_1 aus und berechne P .	0,2
A8	Drücke R durch P sowie α_1 aus und berechne R (vernachlässige dabei a_1).	0,2

Teil B: Bestimmung der Geometrie einer Doppelhelixstruktur

Abbildung 11(a) zeigt zwei Windungen einer Doppelhelix. Abb. 11(b) zeigt eine zweidimensionale Projektion der Doppelhelix bei senkrechter Betrachtung. Jede Helix besitzt eine Dicke a_2 einen Steigungswinkel $2\alpha_2$ und einen senkrechten Abstand d_2 pro Windung. Der Abstand zwischen den Helixen beträgt s . Die Probe II besteht aus einer Glasplatte, auf die eine Struktur ähnlich der einer Doppelhelix gedruckt ist (vgl. Abb. 12). Das Beugungsbild ist daher ebenfalls ähnlich dem einer Doppelhelix. In diesem Klausurteil sollst Du die Geometrie der Probe II untersuchen.

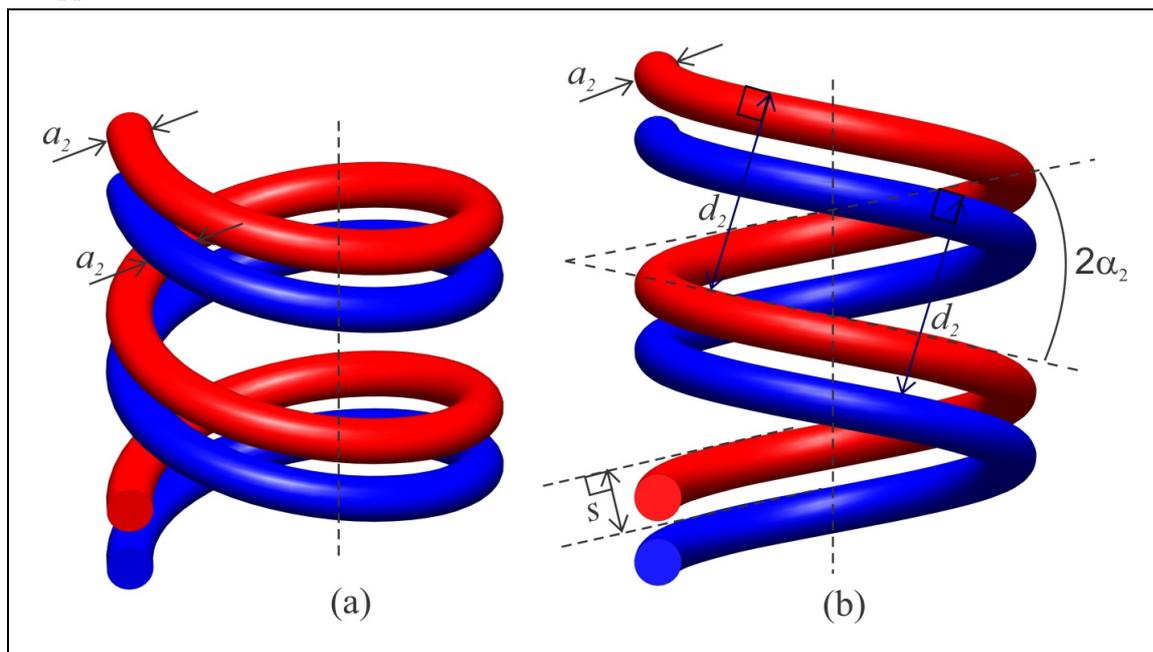


Abbildung 11: (a) Typischer Blick auf eine Doppelhelix (b) Skizze für senkrechte Betrachtung.

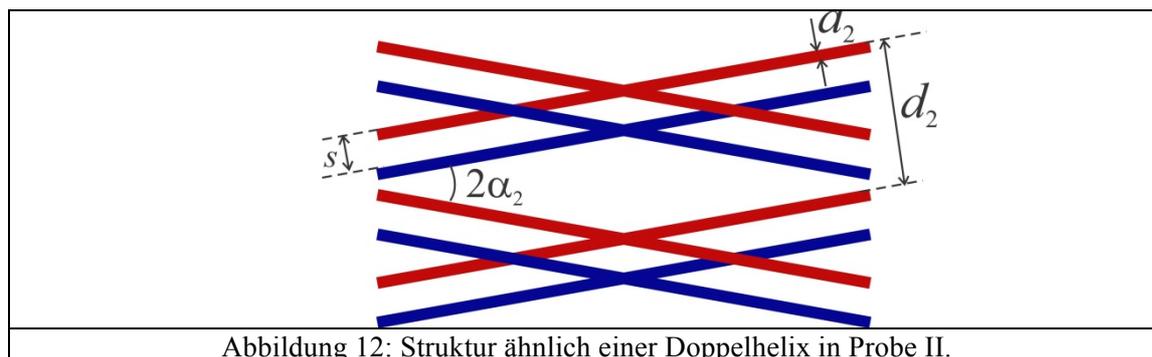


Abbildung 12: Struktur ähnlich einer Doppelhelix in Probe II.

- Befestige die Probe II in dem Probenhalter.
- Befestige einen neuen Markierungsbogen an dem Schirm.
- Erzeuge ein klar erkennbares und scharfes X-förmiges Beugungsbild auf dem Markierungsbogen.

Aufgabe	Beschreibung	Punkte
B1	Markiere auf dem Markierungsbogen auf beiden Seiten des Hauptmaximums die entsprechenden Positionen der Intensitätsminima zur Bestimmung von a_2 , s und d_2 . Du kannst mehr als einen Markierungsbogen dazu verwenden.	1,1
B2	Miss die zur Bestimmung von a_2 benötigten Abstände und trage sie in Tabelle B1 ein.	0,5
B3	Zeichne einen passenden Graphen und bestimme aus dessen Steigung den Wert von a_2 . Beschrifte den Graphen mit Graph B1.	0,5
B4	Miss die zur Bestimmung von s benötigten Abstände und trage sie in Tabelle B2 ein.	1,2
B5	Zeichne einen passenden Graphen und bestimme aus dessen Steigung den Wert von s . Beschrifte den Graphen mit Graph B2.	0,5
B6	Miss die zur Bestimmung von d_2 benötigten Abstände und trage sie in Tabelle B3 ein.	1,6
B7	Zeichne einen passenden Graphen und bestimme aus dessen Steigung den Wert von d_2 . Beschrifte den Graphen mit Graph B3.	0,5
B8	Bestimme den Winkel α_2 mithilfe des X-förmigen Beugungsbildes.	0,2